MËSIMET E PARA
TË
GJEOMETRISË ELEMENTARE
për
Shkollat Filltare

Kristo A. Dako

MANASTIR
Shtypëshkronja «Tregëtare Nërkombëtare»
1912

BKSH

MËSIMET E PARA

TË

GJEOMETRISË ELEMENTARE

për

Shkollat Filltare

Kristo A. Dako

BKSH

MANASTIR
*Shtypëshkronja «*Tregëtare Nërkombëtare
1912

BKSH

PARËTHËNIJE

Këjo librëzë, që po del në dritë, është *e para* gjeometri, që botonet në gjuhën t'onë; është shkrojtur tetë vjet më parë; dhe, shtypet me pak ndryshime të nevojëshme, të cilat na i tregoj praktika, që bëmë dy vjet, si mësonjës, për dituritë mathematike, në shkollën e vashavet në Korçë.

Korçë, 15 Prill 1912 AUTORI

BKSH

BKSH

MËSIMET E PARA
TË
GJEOMETRISË ELEMENTARE

Njoftime Paraprake

1. **Hapësirë** quhet vënd' i pakufizuarë ndë të cilin gjenden të gjitha trupat qiellore dhe globi t'onë.

2. **Trup** quhetë ç'do gjë, që zë një vënt në hapësirë. Për tregim, një librë, një pëndë, janë trupa. Ç'do trup, sa do i vogël që të jetë ka tri masa: *gjatësi*, *gjërësi* dhe *trashësi* (thellësi ose lartësi).

3. **Vëllim** quhetë vëndi që zë një trup ndë hapësirë; vëllimi ka tri masa, gjatësi, gjerëssi, dhe trashësi (thellësi ose lartësi).

4. **Përcipje** quhet ç'do anë e një trupi, të cilën mundim t'a shohëm ose t'a prekim, dhe e cila ndan vëllimet prej hapësirës, që i rethon. Përcipja ka dy masa: *gjatësi* dhe *gjërësi*.

5. **Vijë** quhetë vëndi ku takohen dy përcipje. Vija ka vetëm një masë: *gjatësi*.

6. **Pikë** quhet vëndi ku takohen dy ose më shumë vija; pika s'ka as një masë.

7. **Figurë** quhet ç'do shënim prej vijash, prej përcipjesh ose prej vëllimesh.

8. **Figura të Barabarta.** Dy ose më shumë figura quhenë të *barabarta*, atë-here kur kanë një formë edhe një madhësi.

9. **Figura të Baravlerëshme.** Dy ose më shumë figura quhenë të *baravlerëshme*, atë-here kur, me gjithë që nuku kanë një formë, kanë një madhësi.

10 **Figura të Përngjashme.** Dy ose më shumë figura quhenë *të-përngjashme*, atë-here kur kanë një formë.

11. **Aksiomë** quhetë ç'do e vërtetë, që nuku ka nevojë për vërtetim. *Aksiomat*, më të-njohura dhe më të dobishme janë këto:

1). E-tërëta është m'e madhe se ç'do prej pjesët e saja.

2). E-tërëta është barazi me sumën e pjesëvet të saj.

3), Dy sasie, barazi me një të tretën, janë barazi midis tyre.

12. **Theoremë** quhetë ç'do e vërtetë, që ka nevojë për vërtetim. Për tregim: *prej një pike, marë më një vijë, mundim të naltësojmë një përpendikullarë dhe vetëm një.* Këjo është një e vërtetë, po që t'a kupëtojmë lipset një gjykim, i cili quhet vërtetim.

Ç'do theoremë pushton dy anë:

1). **Ipothezën,** d. m. th. pjesa e njohurë, që pushton theorema;

2). Vendimi, që del duke bërë vërtetimin e theoremës, me ndihmën të ipothezës.

13. **Problemë** quhetë ç'do çështje që lipset zgidhurë.

14. **Gjeometria** është dituria e shtritësisë; qëllim' i saj është të vështgonjë kamjet e figuravet, dhe na mëson si t'i masim lehtë dhe pa gabim.

Gjeometria ndahet më dy pjesë:

1). **Gjeometria pllane,** e cila na tregon kamjet e figuravet me një a dy masa, dhe na mëson si t'i masim lehtë dhe pa gabim.

2). **Gjeometria vëllimtare,** e cila na tregon kamjet e figuravet me tri masa, dhe na mëson si t'i masim lehtë dhe pa gabim.

PJESA E PARË
Gjeometria Pllane

KRY' E PARË

Vija E-Drejtë Dhe Figurat Që Bëhen me Vija Të-Drejta.

I. Përkufizime

15. **Vij' e Drejtë** quhetë m'e shkurta udhë midis dy pikave. Pra, midis dy pikave, s'mundim të heqim përveç se *një* vijë të drejtë.

Kështu, AB është një vijë e drejtë. (Fig. 1).

Fig. 1

16. **Vij' e Thyerë** quhetë ç'do vijë, që është e bërë prej dy ose më shumë vija të drejta, të cilat nuku kanë një drejtim. Për tregim ABCDE (fig. 2) është një vijë e thyerë ose një vijë poligonale.

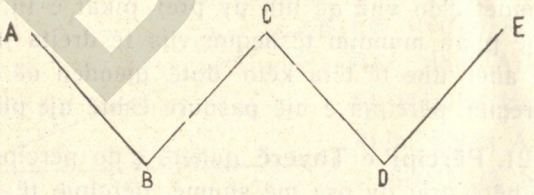


Fig. 2

17. **Vij' e Përkulltë** quhetë ç'do vijë, që s'është e drejtë as më një anë të saj. Për tregim ABC është një vij'e përkulltë. (fig. 3).

BASH

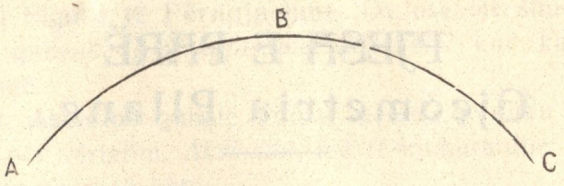


Fig. 3

18. **Vij' e Përzjerë** quhetë ç' do vijë, që është bërë prej vijash të drejta dhe të përkullta. Për tregim vija ABCDE është një vijë e përzjerë. (fig. 4).

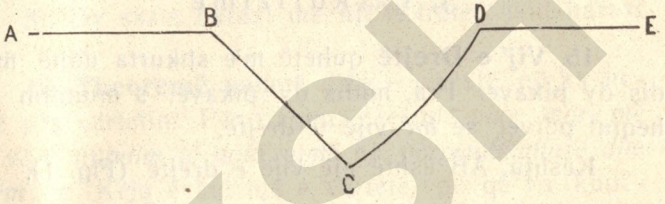


Fig. 4

19. **Vija të Çquara dhe të Paçquara.** Një vijë e drejtë është e çquarë atë-here kur njohim dy prej pikat e saja; quhetë e-paçquarë atë-here kur nuku njohim përveç se një pikë prej të sajat.

20. **Pllani** është m'e thjeshta përcipje; dhe në të gjendet ç'do vijë që lith dy prej pikat e tij. Pra, më një pllan mundim të heqim vija të drejta më të gjithë anët, dhe të tëra këto dotë gjenden në pllan. Për tregim, përcipja e një pasqure është një pllan.

21. **Përcipj' e Thyerë** quhetë ç'do përcipje, që është bërë prej dy ose më shumë përcipje të ndera dhe të cilat s'kanë një drejtim të bashkëtë. Për tregim, përcipja e një ode është një përcipj'e thyerë.

22. **Përcipj' e Përkullë** quhetë ç'do përcipje, që nuku është as e-nderë, as e bërë prej përcipjesh

të-ndera. Për tregim, përcipja e një topi, ose e një molle, është një përcipje e përkulltë.

II. Për Këndet

23. **Përkufizime.** *Kënd* quhet figura, që bëhet kur takohen dy vija, që nuku kanë një drejtim të bashkëtë. Vijat, që bëjnë këndin, quhenë brinjët e këndit; edhe pika ku takohen të dy vijat, quhetë *kulm' i këndit.* Për tregim, ABC (fig. 5.) është një kënd; pika A është *kulm' i këndit*; edhe vijat AB dhe BC janë *brinjët* e tij.

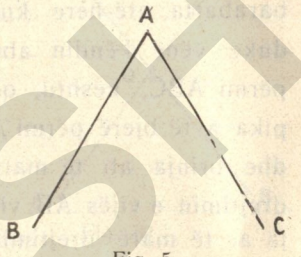


Fig. 5

Kur më shumë këndе kanë një kulm të bashkëtë, atë-herë për me mos gabuarë, shënojmë këndin me nga tri shkronja; dhe më të kënduarit e tyre lipset, që shkronja e kulmit të viret në mest. Kështu, dotë thomi, BAC për këndin e figurës 5.

24. **Kende të Bashkëmbështetura** quhen dy këndе, të cilat kanë një kulm dhe një brinjë të bashkëtë. Për tregim, këndet, BAC dhe CAD (fig. 6), të cilat kanë si kulm pikën A dhe si brinjë të bashkëtë vijën AC, janë këndе të bashkëmbështetura.

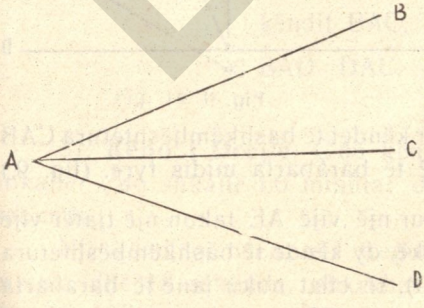


Fig. 6

25. **Barazim' i Këndevet.** Thomi, se dy kënde janë të barabarta, atëhere kur, duke vënë njërin përmi tjatrin, mbulohen.

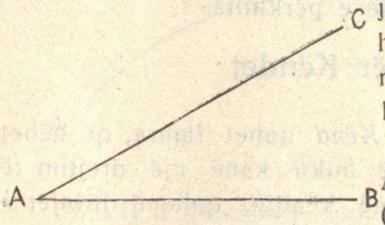


Fig. 7

Për tregim, këndet ABC (fig. 7) dhe abc (fig. 8), thomi se janë të barabarta, atë-here kur duke vënë këndin abc përmi ABC, kështu, që pika a të bjerë përmi A dhe brinja ab të marë drejtimin e vijës AB, vija ac të marë drejtimin të vijës AC.

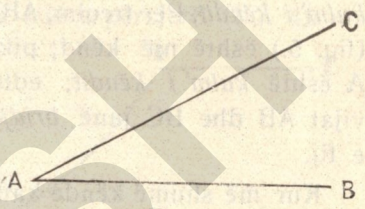


Fig. 8

26. **Përpendikullarë** quhet vija, e cila duke u takuarë me një tjatër, bën bashkë me këtë dy kënde të bashkëmbështetura të barabarta. Kështu, dotë thomi, se vija AB është përpendikullarë mbi CD, atë-here kur këndet të bashkëmbështetura CAB dhe BAD dotë jenë të barabarta midis tyre. (fig. 9.)

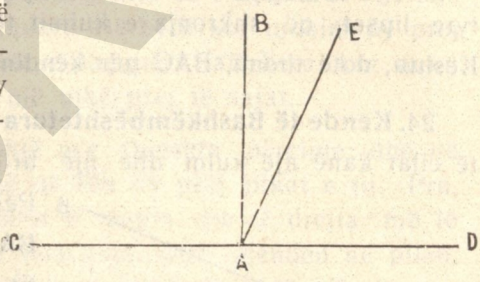


Fig. 9

27. **Oblikë.** Kur një vijë AE takon një tjatër vijë CD, dhe bëjnë bashkë, dy kënde të bashkëmbështetura EAD dhe EAC (fig. 9), të cilat nuku janë të barabarta midis tyre, atë-here vija ED quhet *oblike* kundrejt

vijës CD. Pika A quhet *këmb' e përpendikullarës* AB ose e *oblikes* AE.

28. **Kënd' i Drejtë** quhet ç'do kënd, që ka brinjët e tij të përpendikullarta midis tyre. Ç'do kënd' i drejtë vlen 90 shkallë.

29. **Kënde të Kundrështuara ndë Kulmt.** Dy kënde quhenë *të-përkundërta ndë kulmt*, atë-here kur brinjët e njërit janë të përzgjaturat e tjatrit. Kështu, këndet AOC dhe BOD (fig. 10) janë të përkundërta ndë kulmt.

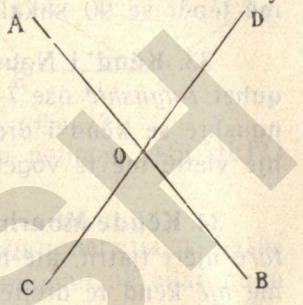


Fig. 10

30. **Bisektricë** quhet vija, e cila duke shkuarë ndëpër kulmt të një këndi të dhënë, e ndan këtë më dy kënde të barabarta. Kështu, vija AB (fig. 11) është *bisektric'e* këndit BAC, sepse kemi: BAD=DAC.

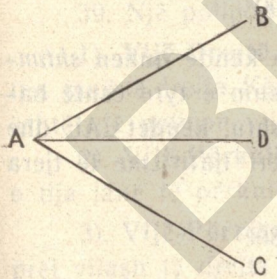


Fig. 11

31. **Kënd' i Drejtë.** Ç'do kënd i drejtë vlen 90 shkallë; ç'do shkallë 60 minuta; dhe ç'do minutë 60 sekunda.

Një kënd, që vlen, për tregim, 25 shkallë, 32 minuta dhe 18 sekunda, shkruhet shkurtazi kështu 25° 32′ 18″.

BKSH

Nga, ato, që thamë gjer tashi për këndim e drejtë, kupëtohet se ay është një kënd' i *qëndruarshmë;* dhe përandaj, u zgjoth si *njësi masjeje* për këndet.

32. **Kënd' i Hapurë ose i Gjërë.** Një kënd quhet i *hapurë* ose i *gjërë*, atë-here, kur është m'i gjërë se kënd' i drejtë; me të tjera fjalë, atë-here kur vlen më tepër se 90 shkallë.

33. **Kënd' i Ngushtë ose i Mprehtë.** Një kënd quhet *i-ngushtë* ose *i-mprehtë,* atë-here kur është m'i ngushtë se kënd' i drejtë; me të tjera fjalë, kur ka një vlleftë më te vogël se 90°.

34. **Kënde Mbarimtare.** Dy kënde quhen *mbarimtare* njëri tjatrit, atë-here kur sum'e tyre është barazi me *një* kënd të drejtë. Për tregim, këndet BAE dhe EAD (fig. 9), janë mbarimtare njëri tjatrit; me të tjera fjalë kemi:

$$BAE+EAD=90^{0}$$

35. **Kënd'e Shtimtare**. Dy kënde quhen *shtimtare* njëri tjatrit, atë-here kur sum'e tyre është barazi me *dy* kënde të drejta. Kështu, këndet CAE dhe EAD (fig. 9) janë shtimtare njëri tjatit: me të tjera fjalë, kemi:

$$CAE+EAD=180^{0}$$

36. **Shënim.** Duket faqeza se dy kënde, që kanë gjith atë *mbarimtar*, ose gjith atë *shtimtar,* janë barazi midis tyre.

III Për Poligonet

37. **Poligon** quhet një përcipj'e nderë dhe e qarkuarë prej vijash, të cilat takohen dy nga dy dhe

të cilat quhen brinjët e poligonit; dhe suma e këtyreve brinjë quhet *perimetr' i* poligonit. Viset ku takohen brinjët e poligonit quhen këndet e tij. Kështu, përcipja e qarkuarë prej vijavet të drejta AB, BC, CD, DE, EF, FG dhe GA është një poligon, i cili këndohet kështu: poligoni ABCDEFG (fig. 12).

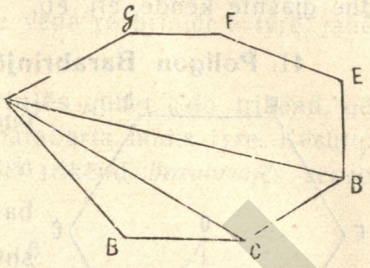


Fig. 12

38. *Diagonallë* e një poligoni quhet vija, që bashkon kulmet e dy këndeve të poligonit, të cilat nuku janë të bashkëmbshtetura. Kështu, vija AC dhe AD (fig. 12) janë dy diagonalle të poligonit ABDCEFG.

39. Një poligon munt të jetë:

1). **Vijë-Drejtë,** atë-here kur të gjitha brinjët e tija janë të drejta. Kështu, poligoni ABCDEFG (fig. 12) është një poligon vijë-drejtë.

2). **Vijë-Përkulltë**, atë-here kur të gjitha brinjët e tija janë të përkullta.

3). **Vijë-Përzjerë,** atë-here, kur është bërë edhe prej vijash të drejta edhe prej vijash të-përkullta.

40. Pas numurit të brinjëvet, që pushton poligonet quhen:

1). **Trikënd,** atë-here kur ka tri brinjë; pra, dhe tri kënde.

2). **Katërkënd ose Tetragon,,** atë-here kur ka katër brinjë; pra, dhe katër kënde.

3). **Pentagon,** atë-here kur ka pesë brinjë; pra, dhe pesë kënde.

4). **Eksagon,** atë-here kur ka gjashtë brinjë; pra, dhe gjashtë kënde. etj. etj.

41. **Poligon Barabrinjës,**. Një poligon quhet *barabrinjës*, atë-here kur ka *të-gjitha* brinjët e tij të barabarta midis tyre. Kështu, poligoni ABCDEF (fig. 13) është një poligon *barabrinjës.*

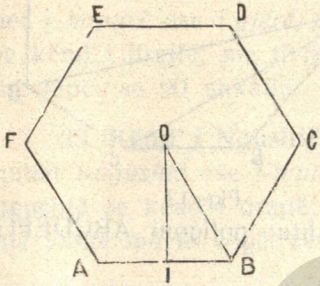


Fig. 13

42. **Rez' e Poligonit,** quhet vija, që bashkon qendrën e tij me një prej kulmet e tij. Kështu, vija OB është rëza e poligonit ABCDEF. (fig. 13).

43. **Apothemë.** Apothem' e një poligoni quhet përpendikullara zbriturë, që ndë qendrë të poligonit, mbë një prej brinjët e tij. Kështu, përpendikullara OI është *apothema* e poligonit ABBCDEF (fig. 13)

44. **Poligon Barakëndës.** Një poligon quhet *barakëndës*, atëhere kur ka të gjitha këndet e tij të barabarta midis tyre. Kështu, poligoni ABCDEF (fig. 13) është një poligon *barakëndës.*

45. **Poligon' i Regulltë.** Një poligon quhet *i regulltë*, atë-here kur ka *të gjitha* brinjët edhe këndet e tija të barabarta midis tyre. Kështu, poligoni ABCDEF (fig. 13) është një poligon *i-regulltë.*

46. **Poligon i-Paregulltë.** Një poligon, që nuku është i-regulltë quhet poligon *i-paregulltë.*

IV Për Trikëndet

47. Trikëndet, duke vënë re brinjët e tyre, janë prej tri farësh.

1). **Trikënt Barabrinjës** quhet ç'do trikënd, që ka të tri brinjët e tija të barabarta midis tyre. Kështu, ABC, (fig. 14) është një trikënd *barabrinjës* sepse kemi AB = BC = AC.

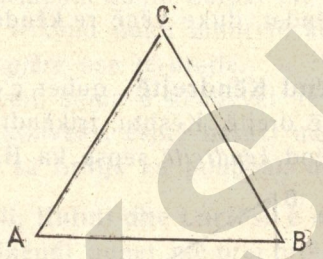


Fig. 14

2). **Trikënt Isosçell** quhet ç'do trikënd, që ka *dy* prej brinjët e tija të barabarta midis tyre. Kështu, (fig. 15) ABC është një trikënd *isosçell*, sepse kemi AC = BC.

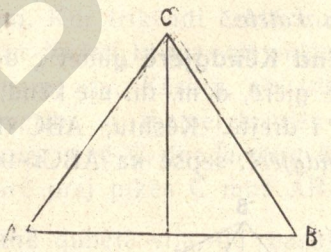


Fig. 15

3). **Trikënt Skalen** quhet ç'do trikënt që ka brinjët e tij të ndryshme. Kështu, (fig. 16) është një trikënd *skalen*, sepse kemi AC =/= BC =/= AB.

BKSH

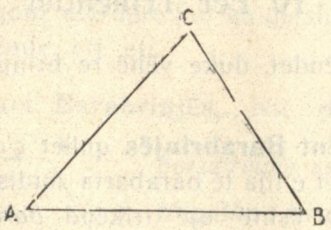


Fig. 16

48. Trikëndet, duke vënë re këndet e tyre, janë prej tri farësh:

1). **Trikënd Këndrejtë** quhet ç'do trikënd që ka një kënd të drejtë. Kështu, trikëndi ABC (fig. 17) është një trikënd *këndrejtë* sepse ka BAC=90°.

Fig. 17

Hipothenusë dhe Katetë. Vija BC (fig. 17), që është kundrejt këndit drejtë quhet *hipothenusë*; dhe AB, AC quhen *katete.*

2). **Trikënd Këndgjërë** quhet ç'do trikënd që ka një kënt të gjërë, d. m. th. një kënd, që është m'i gjërë se kënd' i drejtë. Kështu, ABC (fig. 18) është një trikënt *këndgjërë*, sepse ka ABC>90°.

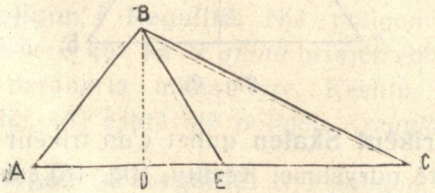


Fig. 18

3) **Trikënd Këndngushtë** quhet ç'do trikënd që ka një kënd të ngushtë, d. m. th., një kënd më të ngushtë se kënd' i drejtë. Kështu, ABE (fig. 18) është një trikënd *këndngushtë*, sepse ka BAE<90

49. **Shënim' i parë.** Ç'do trikënd *barabrinjës* është edhe *barakëndës.*

50. **Shënim' i dytë.** Suma e këndevet të brëndëshme të një trikëndi është barazi me dy kënde të drejta. Pra, një trikënd nuku munt të ketë më tepër se një kënd të *gjërë* ose të-drejtë.

Përgjithësisht, suma e këndevet të brëndëshme të një poligoni konveks, është barazi me dy herë aqë kënde të drejta sa brinjë ka poligoni, më pak dy.

51. **Themeli, Kulmi dhe Lartësi' e një Trikëndi.** *Themel' i* një trikëndi quhet një prej brinjët e tij; këndi, që është kundrejt *themelit* quhet *kulm' i* trikëndit; dhe përpendikullara zbriturë prej *kulmit* mbi *themelt*, quhet *lartësia* e trikëndit. Kështu, në trikëndin ABC (fig. 18) duke marë si *themel* vijën AC, *kulmi* është B dhe *lartësia* e trikëndit është përpendikullara DB.

52. **Shënim.** Kur trikëndi është *isosçel*, atë-here radhazi, meret si *themel* brinja, që nuku, është e barabartë me të tjerat dy. Kështu, në trikëndin ABC (fig. 15) dotë marim si themel brinjën AB; *kulm' i* trikëndit është pra, ndë C, dhe *lartësia* është përpendikullara zbriturë prej pikës C mbë AB.

53. **Medianë** quhetë vija, që bashkon një prej kulmet e trikëndit me mesnë të brinjës së përkundërtë këtij. Kështu, në trikëndin ABC (fig. 18) vija BE është *medianë*, sepse kemi AE=EC.

54 **Shënim' i I-rë.** Nga përkufizimet që dhanë

për *bisektricën*, për *lartësinë* dhe për *medianën*, duket faqeza, se ç'do trikënd ka *tri bisektrica*, *tri lartësi*, *dhe tri mediana*.

55. **Shënim' i II-të.** Në ç'do trikënd një prej brinjët e tij është m'e vogël se *suma* e të dy të tjeravet; dhe m'e madhe se *mbetja* e tyre.

56. **Shënim' i III-të.** Dy trikënde janë të *barabarta*, atë-here kur kanë nga një këndë të barabartë të pushtuar midis dy brinjëvet të barabarta njëra tjatrësë; ose, atë-here kur kanë nga një brinjë të barabartë të pushtuarë midis dy këndeve të barabarta njëri tjatrit; ose fundazi, atëhere kur kanë, që të trija brinjët e tyre të barabarta njëra tjatrësë.

57. **Shënim' i IV-të.** Ndë ç'do trikënd isosçel këndet, që janë kundrejt brinjëvet të barabarta, janë të barabartë.

V. Për Paralelet

58. **Përkufizim.** Dy ose më shumë vija janë *paralele* midis tyre, atëhere kur, duke qënë më një pllan të bashkëtë, sa do që t'i zgjatim nuku dotë takohen as një-herë.

59. **Shënim' i I-rë.** Dy vija AB dhe CD përpendikullare mbë një të tretën EF, janë paralele midis tyre. Kështu, vijat AB dhe CD, me qënë që janë, që të dyja përpendikullara përmbi EF, janë paralele midis tyre. fig. (19)

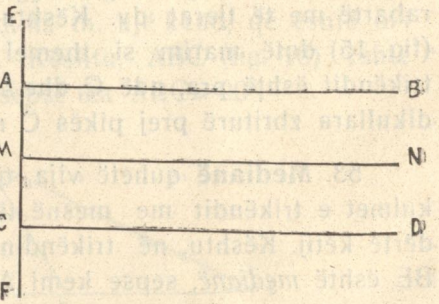


Fig. 19

60. **Shënim' i II-të.** Dy vija AB dhe CD, paralele me një të tretën MN, janë të paralelëshme midis tyre. Kështu, vijat AD dhe CD (fig. 19) me qënë që janë që të dyja, paralele me vijën MN, janë paralele midis tyre.

61. **Përkufizime.** Kur ky vija të drejta AB dhe CD janë të prera prej një të tretë EF, e cila quhet *sekantë*, atë-here bëhen tetë kënde, të cilat quhenë:

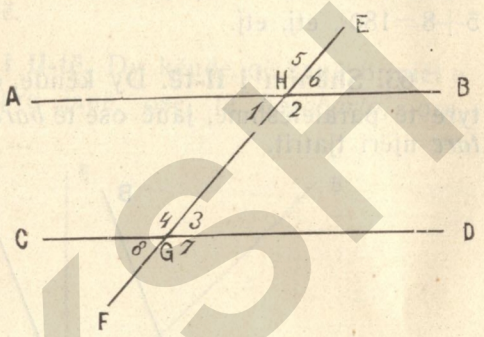


Fig. 20

Këndet 1, 2, 3, 4, që gjenden përbrënda të drejtavet AB, CD quhen *të-brëndëshme* (fig. 20).

Këndet 5, 6, 7, 8, që gjenden përjashta të drejtavet AB, CD (fig. 20), quhen të *jashtësme.*

Këndet 1, 4 dhe 2, 3, të cilat gjenden përbrënda të drejtavet AB, CD (fig. 20), më një anë dhe me tjatër të sekantës EF, quhen *alterne të-brëndëshme.*

Këndet të jashtësme 5, 8 dhe 6, 7, quhen *alterne, të jashtësme.* Fundazi, këndet, që gjenden më një anë të sekantës EF, njëri *i-brëndëshmë* dhe tjatri *i-jashtësmë*, pa qënë fqinë, quhen kënde *korespondentë.* Kështu këndet 1 dhe 7; 2 dhe 8; 5 dhe 3; 6 dhe 4; (fig. 20), janë kënde korespondente.

62. **Shënim' i I-rë.** Kur dy të drejtë AB dhe CD *të-paralelëshme* midis tyre, priten prej një sekante EF atë-here:

1). këndet *alterne të brëndëshme* janë të *barabarta* (fig. 20). 1=3, 2=4.

2). Këndet *alterne të-brëndëshme* janë të *barabarta* (fig. 20). 5=8; 6=7.

3). Këndet *korespondente* janë të *barabarta* (fig. 20). 1=7; 2=8 etj.

4) Këndet *të-brëndëshme*, që janë më një anë të bashkëtë të sekantës, janë *shtimtare* (fig. 20): 5+8=180°. etj. etj.

63. **Shënim' i II-të.** Dy kënde, që kanë brinjët e tyre të paralelëshme, janë ose të *barabarta* ose *shtimtare* njëri tjatrit.

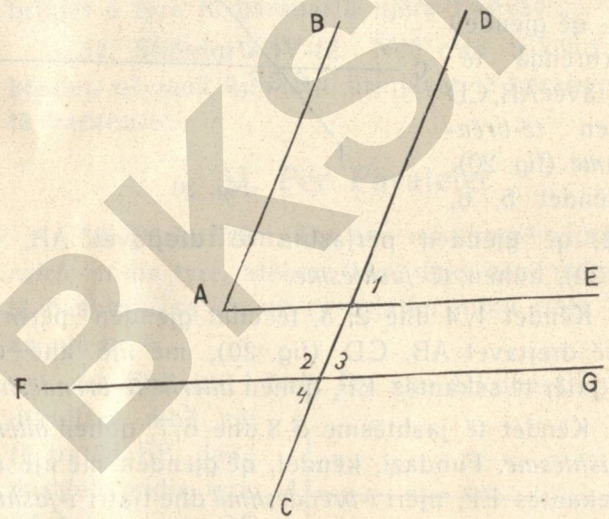


Fig. 21

1) Janë *të-barabarta*, atë-here kur brinjët e tyre kanë një drejtim; ose, kur brinjët e të parit kanë një drejtim, të të dytit një drejtim të përkundërtë. Kështu, këndet BAE=1 (fig. 21), sepse kanë brinjët e tyre të paralelëshme dhe kanë një drejtim të bashkëtë. Gjith

kësktu, A=4 (fig. 21), sepse, kanë brinjët e tyre të paralelëshme dhe me drejtim të-përkundërtë.

2). Janë *shtimtare*, atë-here kur dy prej brinjët e tyre kanë një drejtim, të tjerat dy një drejtim të-përkundërtë. Kështu, (fig. 21); A+2=180°, sepse, këto dy kënde kanë brinjët e tyre të paralelëshme, po AB dhe DC kanë një drejtim, kur AE dhe 2F kanë drejtim të-përkundërtë.

64. **Shënim' i II-të.** Dy kënde, që kanë brinjët e tyre përpendikullare janë, ose, të *barabarta*, ose, *shtimtare*.

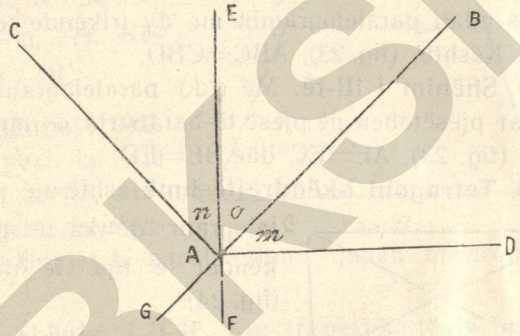


Fig 22

1). Janë *të barabarta*, atë-here kur të dy këndet janë ose të *ngushta*, ose të gjëra. Kështu, (fig. 22) BAC=DAE dhe CAG=DAF.

2). Janë shtimtare, atë-here kur njëri kënd është i-ngushtë, i dyti i gjërë. Kështu, (fig. 22)

BAC+DAF=180°.

Për Tetragonet

65. Midis tetragonevet çquajmë: *Paralelogramin*, *Të-këndrejtëshmin*, *Katrorin*, *Rombin*, *Trapezin*, dhe *Katërkëndësin*, ose *tetragonin të-çfarëdoshmë*.

66. **Paralelogrami** është një tetragon, i cili ka brinjët e-përkundërta paralele (fig. 23)

67. **Shënim' i I-rë.** Ç'do *paralelogram* ka:

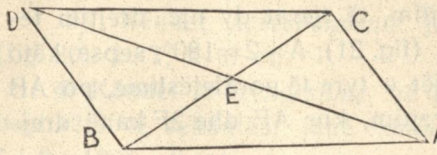


Fig. 23

1). Brinjët të-përkundërta *të-barabarta.* Kështu, AB=CD; dhe AC=DB. (fig. 23).

2). Këndet të-përkundërta *të-barabarta.* Kështu: A=D dhe B=C (fig. 23).

68. **Shënim' i II-të.** Diagonalla, CB, (fig. 23) për tregim, e ndan paralelogramin më dy trikënde të-barabarta. Kështu, (fig. 23), ABC=CBD.

69. **Shënim' i III-të.** Më ç'do paralelogram, diagonallat pjesëtohen në pjesë të-barabarta, dy nga dy. Kështu, (fig. 23), AE=EC dhe BE=ED.

70. **Tetragoni i-këndrejtëshmë** është një paralelogram, që ka të gjitha këndet e tija të drejta. (fig. 24).

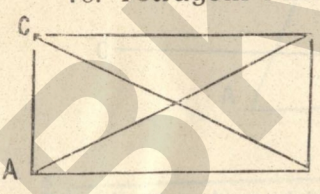


Fig. 24

71. **Shënim' i I-rë.** Diagonallat, e ç'do tetragoni të këndrejtëshmë, janë *të-barabarta.* Kështu, (fig. 24) AD=CD.

72. **Katrori** është një paralelogram, i cili ka të gjitha brinjët e tija të barabarta dhe këndet të drejta. (fig. 25).

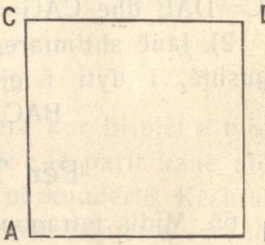


Fig. 25

73. **Rombi** është një paralelogram me brinjë të barabarta dhe i cili ka dy nga këndet e tija të ngushta, dhe, dy të-gjëra. (fig. 26).

74. **Shënim' i I-rë.** Më ç' do *romb*, diagonallat janë të përpendikullarëshme njëra mbi tjatrën. Kështu, (fig. 26) AC⊥BD.

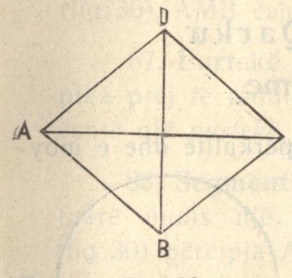


Fig. 26

75. **Shënim' i II-të.** Diagonallat e një *katrori* janë edhe të barabarta edhe të përpendikularëshme; sepse, *katrori* është edhe *romb* edhe *tetragon i drejtkëndëshmë.*

76. **Trapezi** është një tetragon, i cili ka *vetëm* dy brinjë të paralelëshme (fig. 27). Kështu, AB || DC.

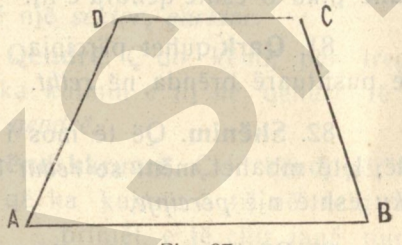


Fig. 27

77. **Shënim' i I-rë.** Kur trapezi ka një kënd të drejtë, atë-here quhet i *drejtkëndëshmë.* Brinjët të paralelëshme quhen *themelitë* të trapezit.

78. **Shënim' i II-të.** Kur trapezi ka të dy brinjët e tija, të mosparalelëshme, të barabarta, atë-here trapezi quhet *isosçel.*

79. **Tetragon' i Çfarëdoshmë ose i-Paregulltë,** quhet ay tetragon, që ka edhe brinjët e tija edhe këndet të-ndryshme. Kështu, (fig. 28) ABCD është një *tetragon i-paregulltë,* sepse ka edhe këndet edhe brinjët e tija të-ndryshme.

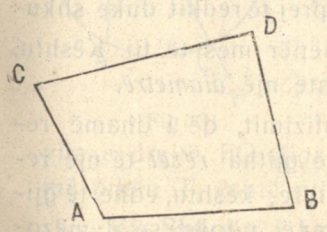


Fig. 28

KRY' E DYTË

Redhi dhe Qarku

I. Përkufizime

80. **Reth** quhet një vijë e përkulltë dhe e mbyllurë, e cila ka të gjitha pikat e saja barazi të larguara prej një pike të brendëshme, e cila quhetë **qendrë.** Kështu, (fig. 29), ABC është një *reth*, dhe pika 0 është qendra e tij.

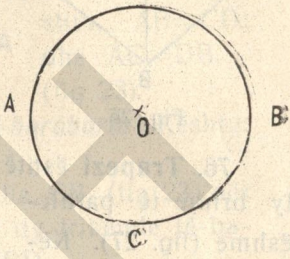


Fig. 29

81. **Qark** quhet përcipja e pushtuarë brënda në *retht.*

82. **Shënim.** Që të mos i përzjemë këto dy fjalë, letë mbahet mënt se *redni* është një *vijë*, kur *qarku* është një *përcipje.*

83. **Rëzë** quhet ç'do vijë e drejtë, që bashkon qendrën e një redhi me një prej pikat e tija. Kështu, (fig. 30) vija e drejta OD është një *rëzë.*

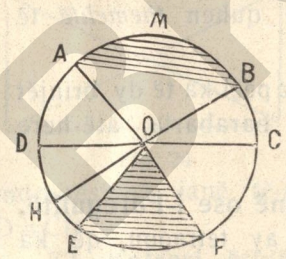


Fig. 30

84. **Diametrë** quhet ç'do vijë e drejtë. që bashkon dy pika prej të redhit duke shkuarë nëpër mest të tij. Kështu, (fig. 30) vija e drejtë DC është një *diametrë.*

85. **Shënim.** Pas përkufizimit, që i dhamë redhit meret vesh, lehtazi, se të gjitha *rëzët* të një redhi janë të barabarta midis tyre; kështu, edhe të gjitha *diametret*, të cilat nuku janë përveç se dymëzoret të rëzavet.

86. **Ark** quhet një pjesë prej redhit. Kështu, (fig. 30), AMB është një *ark*.

87. **Purtekë** quhet vija e drejtë, që bashkon dy pika prej të redhit. Kështu, (fig. 30), vija e drejtë AB është një *purtekë*.

88. **Segment** quhet pjesa e një qarku, e pushtuarë midis një arku dhe purtekës këtij. Kështu, (fig. 30) përcipja AMB është një segment.

89. **Sektor** quhet pjesa e një qarku, e pushtuarë midis dy rëzave dhe arkut midis tyre. Kështu, (fig. 30), përcipja EOF është një *sektor, qarktor*.

90. **Kënd në Qendrë**. Ç'do kënd, për tregim GOH, (fig. 30), që ka kulmin e tij në qendrë të redhit quhet *kënd në qendrë*.

91. **Kënd i-Brëndshkruarë.** Ç'do kënd, për tregim ABC (fig. 31), që ka kulmin e tij në reth dhe brinjët, e të cilit janë purteka, quhen *kënd i-brënshkruarë*.

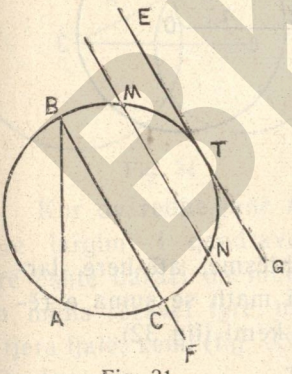


Fig 31

92. **Sekantë** quhet ç'do vijë e-drejtë, e cila duke takuar redhin më dy nga pikat e tij, del jashtë përcipjes qarkut. Kështu, vija e drejtë MN (fig. 31) është një *sekantë*.

93. **Tangjentë** quhet ç'do vijë e drejtë, që takon redhin vetëm me një pikë. Kështu, vija e drejtë FG (fig. 31), e cila takon redhin vetëm më pikën T, është një *tangjentë*.

94. **Shënim' i I-rë.** Dy redhe, që kanë rëza të barabarta, janë të barbarta.

95. **Shënim' i II-të.** Ç'do diametrë pjesëtor redhin ose qarkun, më dy pjesë të barabarta.

96. **Shënim' i III-të.** Diametri është më e madhe se ç'do purtekë.

97. Dy redhe munt të kenë, njëri kundrejt tjatrit, këto pesë pozicione:

(1) **Redhe të-jashtësme.** Dy redhe quhen *të jashtësme*, njëri nga tjatri, atë-here kur nuku kanë as një pikë prej të tyret të bashkëtë. Kështu, (fig. 32) na tregon dy redhe *të jashtësme*.

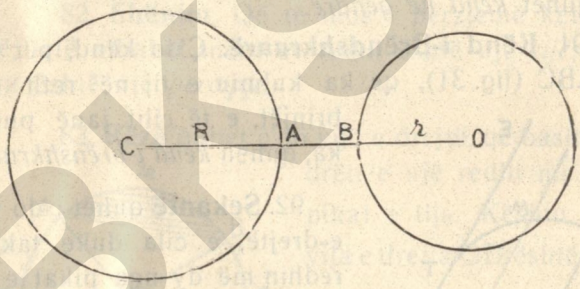


Fig. 32

Kur dy redhe janë të jashtësme, atë-here largim' i qendravet tyre është më i math se suma e rëzavet të tyre; me të tjera fjalë, kemi (fig 32).

$$CO > R+r.$$

(2) **Redhe Tangjente të Jashtësme.** Dy redhe quhen *tangjente të-jashtësme*, atë-here kur kanë vetëm një pikë të-bashkëtë; po njëri është jashtë tjatrit.

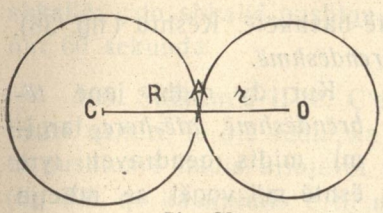


Fig 33

Kështu, (fig. 33) na tregon dy redhe *tangjente të jashtësme.* Kur dy redhe janë *tangjente të-jashtësme,* atë-here largim' i qendravet tyre është barabar me sumën e rëzavet tyre; me të tjera fjalë, kemi (fig 33): CO=R+r.

3) **Redhe Sekante.** Dy redhe quhen *sekante,* atë-here kur nderpriten njeri me tjatrin, dhe kanë dy pika të bashkëta. Kështu, (fig. 34), na tregon dy redhe sekante.

Kur dy redhe janë *sekante,* atë-here largimi midis qendravet tyre është m'i vogël se suma e rëzavet tyre; me të-tjera fjalë, kemi (fig. 34): CO<R+r.

4) **Redhe Tangjente të-Brendëshme.**

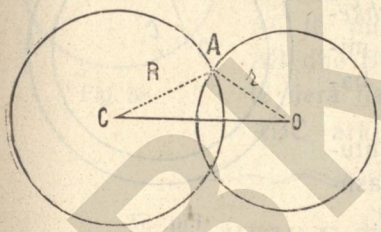


Fig. 34

Dy redhe quhen *tangjente të-brendëshme,* atë-here kur kanë vetëm një pikë të bashkëtë dhe njëri prej këta është brenda tjatrit. Kështu, (fig. 35) na tregon dy redhe *tangjente të-brëndëshme.*

Kur dy redhe janë *tangjente të brendëshme,* atë-here largimi i qendravet tyre është barazi me mbeten midis rëzavet tyre; me të tjera fjalë, kemi (fig. 35): CO=R-r.

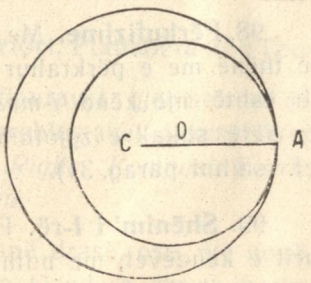
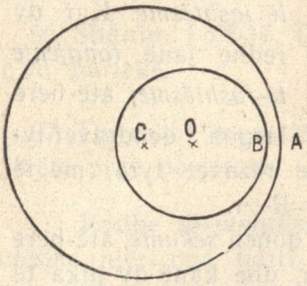


Fig. 35

5) **Redhe të Brëndëshme.** Dy redhe quhen të-brendëshme, atë-here kur njeri është brenda tjatrit edhe

nukë kanë as një pikë të-bashkëtë. Kështu (fig. 36), na tregon dy redhe *të-brendëshmë.*



Faq. 36

Kur dy redhe janë *të-brëndëshmë, atë-here* largimi midis qendravet tyre është m'i vogël se mbetja midis rëzavet tyre, me të tjera fjalë, kemi, (fig. 36)

$$CO < R - r.$$

6) **Redhe Bashkëqendrike.** Dy redhe quhen *bashkëqendrike*, atë-here kur kanë një qendrë të bashkëtë dhe njëri është brenda tjatrit. Kështu, (fig. 37) na tregon dy redhe *bashkëqendrike.*

Kur dy redhe janë *bashkëqendrike*, atë-here largmi midis qendravet tyre është barazi me zero.

Kurorë. Përcipja, e pushtuarë midis dy redhevet bashkëqendrike quhetë *kurorë.*

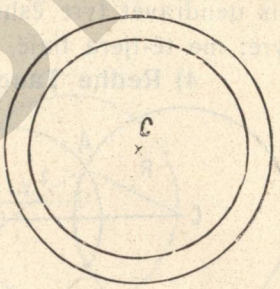


Fig. 37

II Të Maturit E Këndevet

98. **Përkufizime.** Me matur një kënd të dhënë do me thënë me e përkrahur këtë me këndin *e drejtë*, i cili është një kënd *i-moskëmbyershmë* dhe, të cilin për këtë shkak e zgjothmë si njësi masjeje, për këndet. (shihni parag. 31).

99. **Shënim' i I-rë.** Për të lehtësuar të përkrahurit e këndevet, me ndihmën' e redhit, u pjesëtua redhi me 360 pjesë të barabarta, të cilat u emëruan

shkallë; ç'do shkallë pushton 60 minuta; dhe, ç'do minut 60 sekunda.

100. **Shënim' i II-të.** Ç'do kënd që ka kulmin e tij në qendrë të një redhi, ka si masë arkun të redhit të pushtuarë midis brinjëvet tij. Kështu, kendi EOF (fig 30), që ka kulmin e tij në qendrë të redhit OA ka si masë arkun EF të pushtuarë midis brinjvet OE dhe OF të këndit EOF, me të tjera fjalë, kemi (fig. 30): masa e këndit EOF=arkun EF.

101. **Shënim' i III-të.** Ç'do kënd *i-brëndëshkruarë* më një reth ka si masë *gjysmën* e arkut të pushtuarë midis brinjëvet tij. Kështu, *kënd' i-brendëshkru*arë ABC (fig. 38), në redhin OA ka si masë *gjysmën* e arkut AC të pushtuarë midis brinjëvet AB dhe BC të këndit ABC; me të tjera fjalë, kemi: masa e këndit ABC=arkun AC/2.

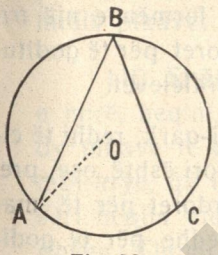


Fig. 38

KRY' E TRETË

Vegla Grafike

Rigla, Kompasi, Eqeri, Raportori, Plansheta dhe Teu

102. Për të goditurit e figuravet gjeometrike si edhe për të zgidhurit e disa problemavet gjeometrike, përdoren këto gjashtë vegla: *Riglla, Kompasi, Eqeri, Raportori, Plansheta* edhe *Teu.*

103. **Riglla** është një copë drasë, ose, një copë metalli, e cila ka faqet e saja të ndera dhe të drejta

dhe përdoret për të hequrit e vijavet të drejta midis dy pikave të dhëna.

104. **Kompasi** është një veglë, prej druri ose prej metalli, e bërë prej dy këmbësh, të cilat munt të losin, pas dëshirës, reth-e-rotul një boshti, i cili bashkon këto dy këmbë të kompasit më një anë. *Kompasi* përdoret në të maturit e vijavet të drejta, në të maturit e largimevet midis dy pikave të dhëna, ose për të përshkruarit e redhevet. etj. etj.

105. **Eqeri** është një veglë gjeometrike, e bërë, radhazi, prej drase; dhe, e cila ka formën e një *trikëndi të drejtkëndëshmë. Eqeri* përdoret për të godituri e përpendikullaravet edhe të paralelevet.

106. **Raportori** është një semi-qark, redhi të cilit është pjesëtuarë me 180°. Raportori është, ose, prej *matalli*, ose prej kauçuku; dhe, përdoret për të maturit e këndevet edhe të arqevet si edhe për të goditurit e tyre.

107. **Plansheta** është e bërë prej më shumë copërash drase, të ngjitura mirë midis tyre, dhe ka formën të një *katrori*, ose të një tetragoni të drejtkëndëshme. Në planshetë ngjitim anët e kartës mbë të cilën duam të godisim figurat gjeometrike të dhëna.

108. **Teu** është një veglë gjeometrike e bërë prej dy rigllash. radhazi prej druri, të ngjitura kështu, që të jënë, njëra përpendikularë mbë tjatrën. *Teu* ka formën e shkronjës T, dhe përdoret për të godituri të përpendikullaravet edhe të paralelevet.

KRY' E KATËRTË

Të Goditurit E Figuravet Gjeometrike Pllane.

I. Të Goditurit E Vijavet

109. **Të-Goditurit e Vijës Drejtë.** *Le të godítet një vijë e drejtë, e cila të bashkonjë dy pika të dhëna.* Për të mbaruarë këtë punë, vëndosim rigllën kështu që, një nga vijat ku bashkohen dy prej faqet e saja të shkojnë nëpër të dy pikat të dhëna A, B; dhe pastaj me ndihmën të një pënde heqim vijën të drejtë midis pikavet A dhe B.

110. **Shënim.** Për me u siguruarë se riglla është e mirë, heqim, pik-së-pari një vijë të-drejtë midis të dy pikave të dhëna; pastaj, e kthejmë rigllën krye-mbi-krye, që më të djathtë më të mëngjër, dhe përsëri heqim një vijë të-drejtë midis të dy pikavet të dhëna. Thomi se riglla është e-mirë, atë-here kur këto dy vija, që hoqmë midis A dhe B, mbulohen.

111. **Të Goditurit E Redhevet.** *Le të thomi se kemi për të godítur një reth, i cili të ketë si rëzë një të drejtë të dhënë AB.*

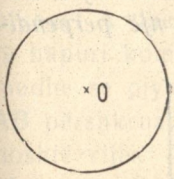


Fig. 39

Për me goditurë një reth, i cili të ketë si rëzë një vijë të drejtë AB, marim gjatësinë e rëzës me kompas, pastaj vendosim një këmbë të kompasit atje ku duamë të jetë qendra e redhit; dhe duke vërtiturë këmbën tjatër të kompasit reth e-rotull këmbës së parë, dotë përshkruajmë, me këtë mënyrë, redhin që duamë. (shihni fig. 39).

II Të Gotiturit E Perpendikullaravet.

112. **Numuri i Rastevet.** Në të goditurit e perpendikullaravet çquajnë tri raste. Rast' i parë është atëhere kur na kërkohet që të ngremë një perpendikullarë në mest të një vije të drejtë të dhënë. Rast' i dytë është atë-here kur na kërkohet të ngremë një perpendikullarë përmbi një pikë që gjendet më një vijë të dhënë. Rast' i tretë është atë-here kur na kërkohet që të zbresim nga një pikë C, që gjendet jashtë vijës së dhënë AB, një perpendikullare mbi AB.

113. **Rast' i I-rë.** *Le të thomi se kemi për të hequr një përpendikullarë në mest të vijës AB.*

Për këtë, prej pikës A, me një të hapur kompasi, më të madhe se gjysma e vijës AB, përshkruajmë një ark më një anë dhe më tjatër të vijës AB; pastaj, nga pika B, gjith me këtë të hapur kompasi, përshkruajmë përsëri një ark edhe më një anë edhe më tjatrën të vijës AB, të cilat dotë presin arqet e para në pikat C dhe B. Duke bashkuarë C me D. (fig. 40) gjejmë vijën CD; e cila është perpendikullara që kërkojmë.

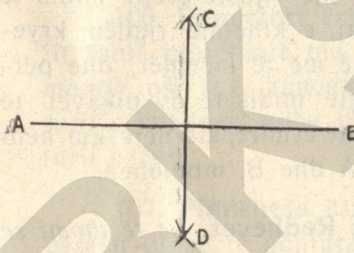


Fig. 40

114. **Rast' i II-të.** *Letë thomi se kemi vijën AB dhe pikën C, nga e cila duan të heqim një perpendikullarë mbi AB.*

Për këtë, prej pikës C, me një të hapurë kompasi, marim më vijën AB dy pika D, E, njera me një anë,

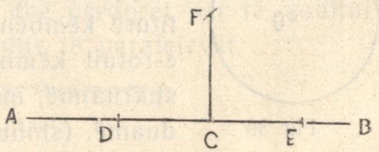


Fig. 41

tjatra me tjatrën anë të pikës C dhe barazi të larguara prej kësaj; dhe pastaj, prej këtyreve, punojmë si në rast të parë (fig. 41).

115. **Shënim' i I-rë** Gjith kështu punojmë kur pika C, prej se cilës duam të heqim përpendikullarën mbë AB gjendet më një anë të vijës AB; po lipset të zgjatim vijën AB, me atë anë ku gjendet pika C.

116. **Shënim' i II-të.** Kur ngjet që vija AB nuku munt të zgjatet, atë-here e heqim përpendikullaren me ndihmën e eqerit kështu: Vemë një prej katetat e eqerit në buzë të vijës AB kështu që të ketë drejtimin e saj dhe kënd' i drejtë i tij të jetë në pikën, ku duam të heqim përpendikullarën; dhe pastaj me ndihmën të një pende heqim një vijë duke ndjekurë drejtimin të katetës dytë të eqerit. Këjo vijë është përpendikullara që kërkojmë.

117. **Rast' i III-të.** *Letë thomi se kemi vijën EF dhe pikën të jashtme P, prej së cilës duam të zbresim një perpendikullarë përmbi EF.*

Për këtë, me ndihmën të kompasit, prej pikës P, me një rëzë, të marë pas dëshirës, përshkruajmë një ark, i cili të presë vijën EF (fig. 42) me dy pika *A* dhe B; pastaj prej pikavet A dhe B, me një të hapuri kompasi, më të madhe se gjysma e vijës AB përshkruajmë dy arqe poshtë vijës EF, të cilit piqen në pikën G. Duke bashkuarë G me P gjejmë perpendikullarën që kërkojmë.

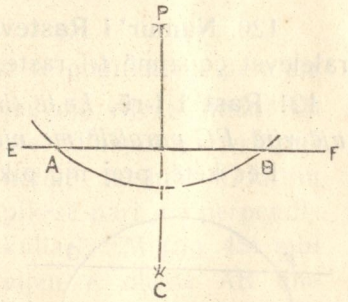


Fig. 42

118. **Shënim' i I-rë.** Kur nuku kemi kompas, atë-here përdorim eqerin më këtë mënyrë, vendosim eqerin në buzë të vijës EF kështu që një prej katetet e saja të marë drejtimin të kësaj vije dhe P prej së cilës duam të zbresim perpendikullarën mbi EF të çiknë katetën e dytë të eqerit; pastaj me ndihmën e pendës heqim një vijë, e cila të ndjekë drejtimin e katetës dytë të eqerit. Këjo vijë që bashkon pikën P me vijën EF është perpendikullara që kërkojmë.

119. **Shënim' i II-të.** Për me u siguruarë se eqeri është i mirë, d. m. th. se ka katetet e tija perpendikullare njerën mbi tjatrën, marim një vijë të drejtë AB përmbi të cilën vëndosim njërën prej katetevet të eqerit dhe heqim, me pendën, një vijë CD, e cila të ndjekë katetën e dytë të eqerit; pastaj, kthejmë eqerin kështu që të këtë hipothenusën më anë të përkundërtë, dhe përsëri heqim një vijë, e cila të ndjekë drejtimin e katetës dytë të eqerit. Ndë qoftë se këto dy vija, që hoqmë, mbulohen, atëhere thomi se eqeri është i-mirë.

III Të Goditurit E Paralelevet.

120. **Numur' i Rastevet.** Në të goditurit e paralelevet çquajmë tri raste.

121 **Rast' i I-rë.** *Le të thomi se kemi për të goditurë një vijë FG paralelë me një vijë të drejtë të dhënë AB.*

Për këtë, prej një pike C, të vijës të dhënë AB, me një të hapur kompazi pas dashjes, përshkruajmë, një semi-reth, i cili të presë vijën AB më dy pika D, E dhe prej këtyreve marim, me ndihmën e kom-

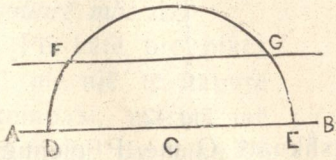


Fig. 43

pasit arqe të barabarta, d. m. th. arkun DF=arkun EG dhe duke bashkuarë pikat F dhe G dotë gjejmë paralelën që duamë. (fig. 43).

122. **Rast'i II-të.** *Le të thomi se kemi për të goditur, prej një pike C, që është jashtë vijës AB, një paralele me këtë vijë.*

Për këtë, prej një pike D, të vijës AB, me një rëzë barazi me DC, përshkruajmë një semi-reth, pastaj marim FG= EC (fig. 44) dhe duke bashkuarë C me G gjejmë parelelën që kërkojmë.

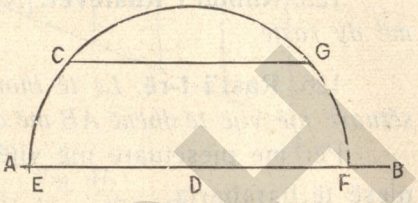


Fig. 44

123. **Rast'i III-të.** *Le të thomi se kemi për të goditurë arqe paralele me një ark të dhënë ABC.*

Për me goditurë arqe paralele me një ark të dhënë ABC, me ndihmën e kompasit, me rëza më të vogla ose më të medha se të arkut të dhënë, prej qendrës këtij, përshkruajmë arqe të cilat dotë jenë paralelet që kërkojmë.

124. **Shënim.** Kur duam të goditim një paralele me një vijë të dhënë AB me ndihmën e eqerit punojmë kështu: Goditim pik-së-pari një perpendikullarë EM (fig. 45) mbi vijën e dhënë AB dhe pastaj, përmbi këtë përsëri një perpendikullarë MN, e cila dotë jetë paralela që kerkojmë; sepse na dijmë se dy vija per-

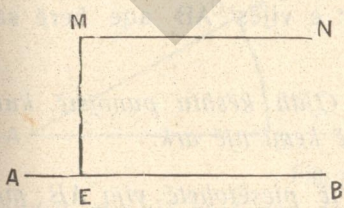


Fig 45

pendikullara mbë një të tretën janë paralele midis tyre.

IV. Të Pjesëtuarit E Vijavet Në Pjesë Të Barabarta.

125. **Numur'i Rastevet.** *Në këtë probleme çquajmë dy raste.*

126. **Rast'i I-rë.** *Le të thomi se kemi për të pjesëtuarë një vijë të dhënë AB më dy pjesë të barabarta.*

Për me pjesëtuarë një vijë të dhënë AB më dy pjesë të barabarta, punojmë pikërisht si për të goditurit e një perpendikullare në mest të një vijë të dhënë. Pika E (fig. 46) duke qënë në mest të vijës AB kemi AB=BE.

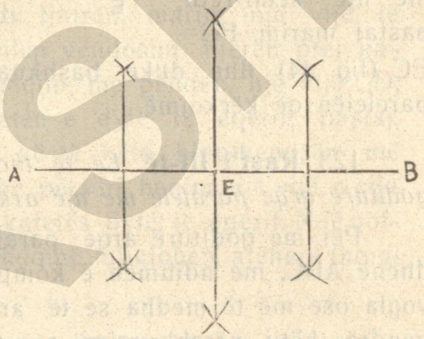


Fig. 46

127. **Shënim'i I-rë.** Po të duam të pjesëtojmë vijën AB me 4, 8, 16, 32, anë të barabarta, atë-here e përsëritim punën, që më sipër, përmi pjesët e vijës AB aqe herë sa t'a dojë nevoja.

128. **Shënim'i II-të.** *Çjith kështu punojmë, kur në vent të një vijë të drejtë kemi një ark.*

129. **Rast'i II-të.** *Le të piesëtohetë vija AB më një numur të dhënë prej pjesësh të barabarta, për tregim më 7 pjese.*

Për të mbaruarë këtë punë, prej pikës A, heqim

një vijë të paçquarë AC, të cilën, me një të hapur kompasi pas dashjes, e pjesëtojmë më 7 pjesë të barabarta, duke nisurë prej pikës A. Pastaj, bash-

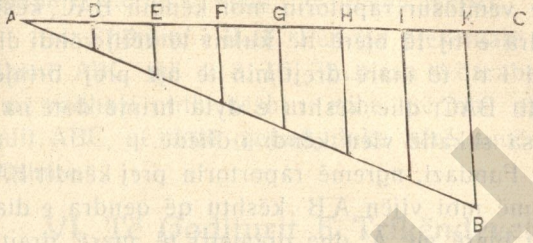


Fig. 47.

kojmë pikën K me B (fig. 47.) dhe prej pikavet I, H, G, F, E dhe D heqim paralele me BK, të-cilat dotë pjesëtojnë vijën e dhënë AB më 7 pjesë të barabarta.

V. Të Goditurit E Këndevet Dhe Të Pjesëtuarit E Tyre Në Ánë Të Barabarta

130. **Regullë E-Përgjithëshmë.** *Le të goditet mbë një vijë të dhënë A′, B′, një kënd barazi me këndin të dhënë ABC.*

Për të mbaruarë këtë punë prej pikës A si

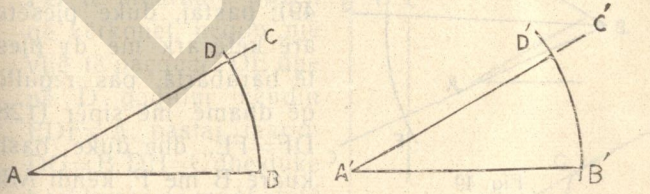


Fig. 48

qendrë, me një rëzë pas dashjes, përshkruajmë arkun *DB*, dhe prej pikës A′, gjith me atë rëzë përshkmajmë arkun D′B′; pastaj, marim BD=B′D′ dhe duke bash-kuarë A′ me D′ dotë gjejmë këndin që kërkojmë. (fig. 48).

131. **Shënim**. Po të mos kemi kompas, këjo punë munt të mbarohet dhe me ndihmën e raportorit kështu: matim, pik së pari këndin të dhënë ABC, duke vendosur rapotorin mbi këndin BAC, kështu që qëndra e tij të bjerë në kulmt të këtij këndi dhe diametri i tij të marë drejtimin te një prej brinjevet e këndit BAC, dhe kështu e dyta brinjë dotë na tregonjë sa shkallë vlen këndi i dhënë.

Fundazi, ngremë raportorin prej këndit BAC dhe e vemë mbi vijën A B kështu që qendra e diametrit tij të bjerë me A dhe diametri të marë drejtimin e vijës A B dhe shënojmë një pikë drejt shkallevet që gjetmë kur matmë kendin BAC; dhe duke bashkuarë këtë pikë me A dotë gjejmë këndin që kërkojmë.

132. **Të Pjesëtuarit E Këndeve Në Pjesë Te Barabarta.** *Letë pjesëtohet këndi ABC me dy pjesë të barabarta.*

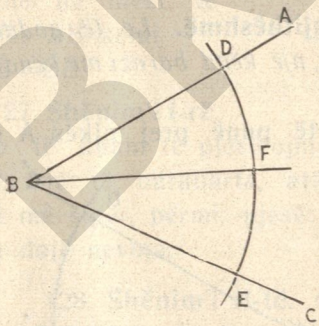


Fig. 49

Për këtë, prej kulmit B si qendrë, me një të hapur kompasi, pas dashjes, përshkruajmë arkun DE (fig. 49); pastaj, duke pjesëtuarë këtë ark me dy pjesë të barabarta, pas regullës që dhamë më sipër (128), DF=FE, dhe duke bashkuarë B me F, këndi ABC ndahet më dy pjesë të barabarta; me të tjera fjalë, kemi DBF=FBE.

133. **Sënim' i I-rë.** Këjo punë munt të mbarohet dhe me ndihmën e raportorit kështu: pik-së-pari, matim këndin të dhënë ABC; pastaj pjesëtojmë numurin

e shkallevet që gjejmë më dy pjesë të barabarta dhe fundazi, bashkojmë kulmin e këndin me pikën të raportorit ku është shënuarë numuri, që gjetmë duke pjesëtuarë vlerën e këndit të dhënë me dy.

134. **Shënim' i II-të.** Për me pjesëtuarë këndin e dhënë ABC më 4, 8, 16, 32...pjesa të barabarta punojmë radhazi gjith kështu edhe përmbi pjesët të këndit ABC, që dotë gjejmë, duke bërë punën e përparëshme.

VI. Të Goditurit E Trikëndevet.

135. **Numur' i Rastevet.** Në të goditurit e trikëndevet çquajmë tri raste. Rast' i parë është atë-here kur njohim dy prej brinjët e trikëndit dhe këndin të pushtuarë midis këtyreve. Rast' i dytë është, atë-here kur njohim dy prej këndet e trikëndit dhe brinjën të pushtuarë midis këtyrevet. Rast' i tretë është atë-here kur njohim që të tri brinjët e trikëndit.

136. **Rast' i I-rë.** *Le të goditet një trikënd, duke njohurë dy prej brinjët e tij dhe këndin të pushtuarë midis këtyreve.*

Të dhënat t'ona janë brinjët B, C dhe këndi A. Për të mbaruarë punën që kërkohet, heqim një vijë të paçquarë DE dhe në D goditim këndin EDF=A; pastaj, marim DG=B, DH=C dhe duke bashkuarë G me H dotë gjejmë trikendin DGH, që kërkojmë. (fig. 50.)

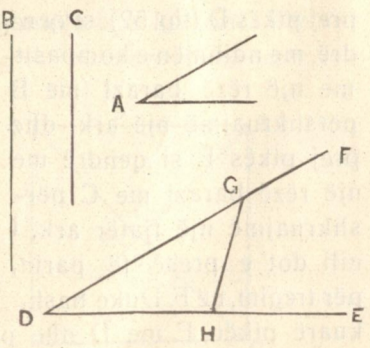


Fig. 50

137. **Rast' i II-të.** *Le të goditet një trikënd,*

dyke njohurë dy prej këndet e tij dhe brinjën të pushtuarë midis këtyreve.

Të dhënat t'ona janë këndet A dhe B dhe brinja C e pushtuarë midis këndevet A, B.

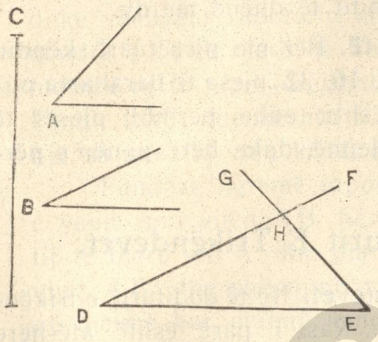


Fig. 51

Për të mbaruarë punën, që kërkohet heqim, vijën DE=C; pastaj në D godisim këndin EDF=A dhe ndë E këndin DEG=B. Vijat e drejta DF dhe EG (fig. 51) dotë takohen në H, (në qoftë se suma e këndevet të dhena A dhe B është m'e voglë se dy kënde të drejta), dhe DEH është trikëndi që kërkojmë.

138 **Rast'i III-të.** *Le të goditet një trikënd, duke njohurë të tri brinjët e tij*

Të dhënat t'ona janë brinjët A,B dhe C. Për me mbaruarë punën që kërkohet marim DE=A; pastaj prej pikës D (fig. 52) si qendrë, me ndihmën e kompasit, me një rëzë barazi me B përshkruajmë një ark; dhe prej pikës E si qendrë me një rëzë barazi me C përshkruajmë një tjatër ark, i cili dot'e presë të parin, për tregim, në F. Duke bashkuarë pikën F me D dhe pastaj me E, dotë gjejmë trikëndin DEF, që kërkojmë.

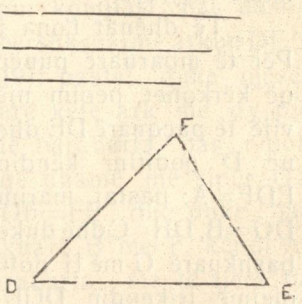


Fig. 52

139. **Shënim.** Për me u pre të dy arqet që përshkruamë prej pikavet D dhe E, *lipset* që brinjët e trikëndit që duam të godisim të mbushin këto kërkime: cila do prej to të jetë m'e vogël se suma e të tjeravet dy dhe m'e madhe se mbetja e tyre.

VII Të Goditurit E Tetragonevet.

140 **Të Goditurit E Katrorit. Rast' i I-rë.** *Letë goditet një katror duke njohurë një prej brinjët e tij.*

E-dhena jonë është brinja *a*, Për të mbaruarë këtë punë heqim një vijë AB barazi me brinjën *a*, të dhënë të katrorit dhe prej pikës A ngremë një perpendikullarë AD=a; pastaj, prej pikavet B dhe D si qendrë, me një të hapur kompasi, barazi me *a*, përshkruajmë arqe, të cilat dotë priten në *C* dhe duke hequr (fig. 53) vijat CB dhe CD dotë kemi katrorin, që kërkojmë.

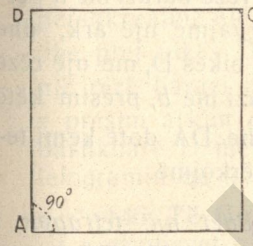


Fig. 53

141. **Rast' i II-të.** *Le të goditet një katror duke njohurë vetem diagonallën e tij.*

E dhëna jonë është diagonalla *a* e katrorit. Për këtë marim AC barazi me diagonallën *a* (fig. 54) të dhënë të katrorit; pastaj, në mest të kësaj vijë godisim një perpendikullarë BD, e cila dotë shkonjë nëpër pikën O. Vemë gjatësinë OC prej pikës O gjer në B dhe D, dhe dyke bashkuarë anët A, B, C, D dotë kemi katrorin që kërkojmë.

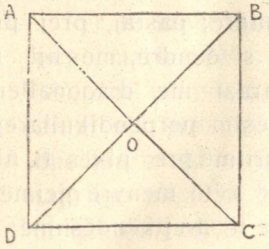


Fig. 54

142. **Të goditurit E katërkëndevet Të Drejtkëndeshmë.** Në të goditurit e katër këndevet të drejtkëndeshmë çquajmë dy raste.

143. **Rast' i I-rë.** *Le të goditet një katërkënd i drejtkëndëshme duke njohurë themelin dhe naltësinë e tij.*

Të dhënat t'ona janë themelia *a* dhe naltësia *b*.

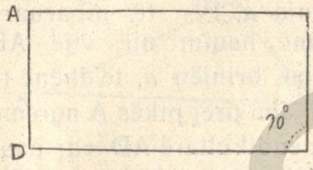


Fig. 55

Për këtë marim një vijë DC=a (fig. 55) dhe prej pikës C ngremë një perpendikullarë BC=b; pastaj, prej pikës B me një rëzë barazi me *a* përshkruajmë një ark, dhe prej pikës D, me një rëzë barazi me *b*, presim këtë ark; dhe duke hequr vijat BA dhe DA dotë kemi tetragonin të drejtkëndëshmë që kërkojmë.

144. **Rast' i II-të.** *Le të goditet një tetragon i drejtkëndëshmë duke njohurë diagonallën edhe një prej brinjët e tij.*

Të dhënat t'ona janë diagonalla *a* dhe brinja *b*.

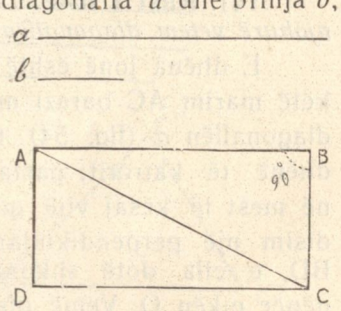


Fig. 56

Për të mbaruarë këtë punë heqim një vijë BC = b (fig. 56), dhe prej pikës B ngremë një perpendikullarë të-paçquarë; pastaj, prej pikës C, si qendrë, me një rëzë barazi me diagonallën *a* presim perpendikullaren që ngritmë prej pikës B, në A. Më këtë menyrë gjejmë një të dytë brinjë të tetragonit të drejtkëndëshmë; dhe tashi, për të zgidhur problemën e dhënë, punojmë si në rast të parë.

145. **Të Goditurit E Paralelogramit**. *Le të goditet një paralelogram, duke njohurë dy prej brinjët e tij edhe këndin të pushtuarë midis këtyreve.*

Të dhënat t'ona janë brinjët *a* dhe *b* dhe këndi *c* i pushtuarë midis brinjëvet *a* dhe *b*.

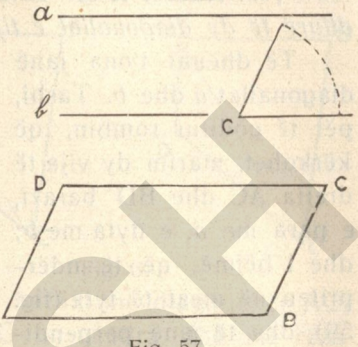


Fig. 57

Për të mbaruarë këtë punë, marim një vijë AB=a dhe në A bëjmë një kënd DAB =c dhe marim AD=b. Pastaj, nga pika B (fig. 57.) si qendrë me një rrëzë barazi me *b* pershkruajmë një ark; dhe prej pikës D me një rrëzë barazi me *a* e presim arkun e parë, për tregim në C; dhe duke bashkharë D me C dhe C me B dotë gjejmë paralelogramin që kërkojmë.

146. **Të Goditurit E Rombevet.** Në të goditurit e rombevet çquajmë dy raste. Rast' i parë është atëhere kur njohim një prej brinjët edhe një prej këndet e tija. Rast' i dytë është atë-here kur njohim të dy diagonallat e rombit.

147. **Rast' i I-rë.** *Le të goditet një romb, duke njohurë një prej brinjët edhe një prej këndet e tija.*

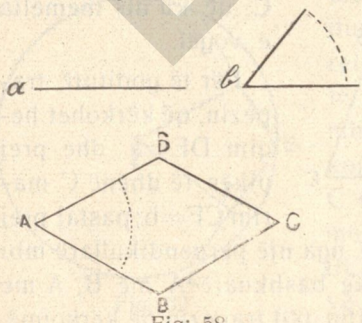


Fig. 58

Të dhënat t'ona janë brinja *a* dhe këndi *b*.

Për të mbaruarë këtë punë marim AB=a (fig. 58), dhe në pikën A goditim një kënd BAD=b dhe marim AD=a. Pastaj, nga pikat B dhe D, si qendra, edhe më një rrëzë barazi me *a* për-

shkruajmë arqe, të cilat dotë priten, për tregim në C, dhe duke hequr vijat CB dhe CD dotë kemi rombin që kërkojmë.

148. **Rast' i II-të.** *Letë gaditet një romb, duke diturë të dy diagonallat e tija.*

Të dhënat t'ona janë diagonallat *a* dhe *b*. Tashi, për të goditur rombin, që kërkohet, marim dy vija të drejta AC dhe BD barazi, e para me *a*, e dyta me *b*; dhe i bëjmë, që të ndërpriten në mest të tyre (fig. 59), dhe të jenë perpendikullarë njëra mbi tjatrën, pastaj, duke bashkuarë anët e tyre dotë kemi rombin, që duamë.

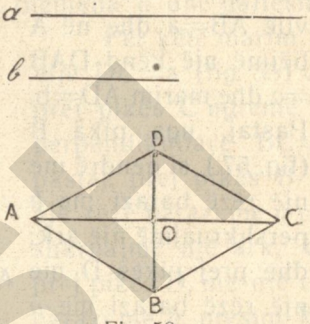


Fig. 59

149. **Të Goditurit E Trapezit.** *Letë goditet një trapez, duke njohurë naltësinë c, gjatësinë të themelevet; si edhe pikën C, që ku nis themelia e vogël.*

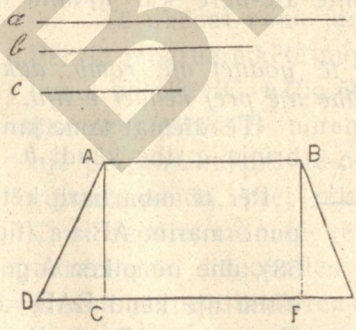


Fig. 60

Të dhënat t'ona janë themelitë *a* dhe *b*, naltësia *c* dhe pika C, që ku nis themelia e vogël.

Për të goditurë trapezin, që kërkohet heqim DE=a dhe prej pikës të dhënë C marim CF=b; pastaj prej pikavet C dhe F ngremë nga një perpendikullarë mbi DE, CA=FB=c dhe duke bashkuarë A me B, A me D dhe B me E dotë kemi (fig. 60) trapezin që kërkojmë.

150. **Të Goditurit E Tetragonevet Të Çfarëdoshmë.** *Le të goditet një tetragon i çfarëdoshmë A′B′C′D′ barazi me një tetragon të çfarëdoshmë të dhënë ABCD.*

Le të thomi se *ABCD* (fig. 61) është tetragon' i dhënë. Për të goditurë një tetragon A′B′C′D′ barazi me të dhënin ABCD heqim diagonallën AC, e cila e pjesëton tetragonin e dhënë më dy trikënde ADC dhe ABC; pastaj marim një vijë të drejtë A′C′ barazi me diagonallën AC; dhe prej pikavet A′ dhe C′, si qendra, dhe me rëza barazi me AB, CB dhe AD, CD përshkruajmë arqe, të citat dotë priten në B′ dhe D′. Fundazi, duke baskuarë B′, D′ me A′, C′ dotë gjejmë tetragonin që kërkojmë.

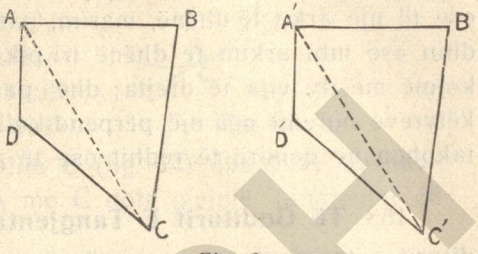


Fig. 61

VIII. Të Goditurit E Redhevet Dhe e Tangjentavet.

151. **Të Goditurit E Redhcvet.** *Letë goditet një reth, i cili të shkonjë nëpër tri pika të dhëna A, B, C, të cilat nnku janë më një vijë të drejtë,*

Me të tjera fjalë, kemi tri pika A, B, C që s'janë më një vijë të drejtë, dhe duamë të përshkruajmë një reth, i cili të shkonjë nëpër të tri këto pika. Për të mbaruarë këtë punë bashkojmë A me B dhe B me C (fig. 62) dhe pastaj ngremë prej mezit vijavet AB BC nga një perpendikullarë, të cilat dotë piqen me një

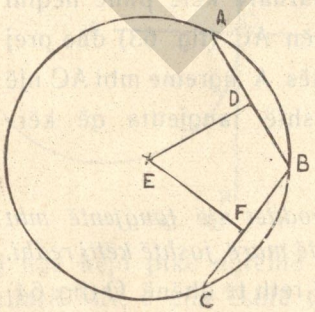


Fig. 62

pikë, për tregim E, që ku me një të hapur kompasi barazi me EB, përshkruajmë një reth, i cili dotë jetë redhi që kërkojmë.

152. **Shënim.** Për të gjetur qendrën të një redhi ose të një arku të dhënë, marim, pas dashjes mbi redhin ose mbi arkun të dhënë tri pika, të cilat i bashkojmë me dy vija të drejta; dhe pastaj nga mezi i këtyreve ngremë nga një përpendikullarë, të cilat dotë takohen në qendrë të redhit ose të arkut të dhënë.

153. **Të Goditurit E Tangjentavet.** Në të goditurit e tangjentavet çquajmë tri raste.

154. **Rast'i I-rë.** *Le të goditet një tangjentë më një pikë të dhënë të një redhi të dhënë.*

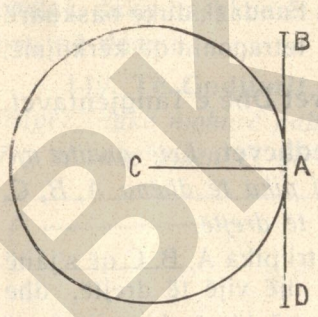


Fig. 63

Me të tjera fjalë kemi një reth dhe një pikë të dhënë mbi këtë reth dhe dnamë të goditim një tangjentë mbi këtë pikë të dhënë të redhit t'onë. Për të mbaruarë këtë punë heqim rëzën AC (fig. 63) dhe prej pikës A ngreme mbi AC një perpendikullarë BD, e cila është tangjenta që kërkojmë.

155. **Rast'i II-të.** *Letë goditet një tangjentë mbi një reth të dhënë prej një pikë të marë jashtë këtij redhi.*

Me të tjera fjalë kemi një reth të dhënë O (fig. 64) dhe pikën A prej së cilës duam të heqim një tan-

gjentë më redhin të dhënë O. Për të mbaruarë këtë punë bashkojmë qendrën e redhit O me pikën A; pastaj duke marë vijën e drejtë OA si *diametrë*, përshkruajmë një reth të ri, i cili dotë presë redhin e dhënë më dy pika C dhe B (fig. 64) dhe duke bashkuarë A me B dhe A me C dotë gjejmë tangjentat që kërkojmë.

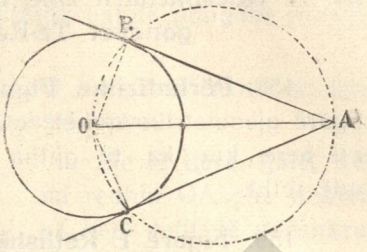


Fig. 64

156. **Shënim.** Nga këjo goditje duket faqeza se kur pika A është jashtë redhit dhënë, atë-here prej kësaj pike munt të heqim dy tangjenta mbi redhin e dhënë.

157. **Rast' i III-të.** *Le të goditet një tangjentë paralelë me një vijë të dhënë AB.*

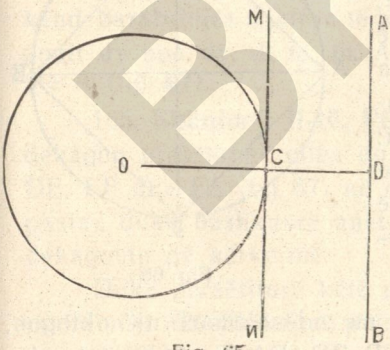


Fig. 65

Me të tjera fjalë kemi redhin OC (fig. 65) dhe vijën AB dhe duamë të godisim një tangjentë në redhin OC, e cila të jetë paralelë me AB. Për këtë, prej pikës O heqim një perpendikullarë OD mbi AB, e cila takon redhin në C; pastaj nga këjo pikë ngremë përmbi OD një perpendikullarë MN, e cila është tangjenta që kërkojmë,

IX. Të Ndëshkruarit Dhe Të-Rethshkruari E Poligonevet Të-Regullëshmë

158. **Përkufizime. Figurë E Ndëshkruarë.** Një figurë gjeometrike quhetë e *ndëshkruar*ë më një qark, atë-here kur ka të gjitha kulmet e këndevet saj ndë retht.

159. **Figurë E Rethshkruarë.** Një figurë gjeometrike quhetë e-rethshkruarë më një qark, atë-here kur, cila do prej brinjët e saja është tangjentë mbi retht.

160. **Numur' I Rastevet.** Një të ndëshkruarit e figuravet gjeometrike më një qark të dhënë çquajmë tri raste.

161. **Rast' i I-rë.** *Letë ndëshkruhetë një katror më një qark të dhënë.*

Me të tjera fjalë, kemi redhin O (fig. 66) dhe duamë të ndëshkruajmë në këtë reth një katror. Për të mbaruarë këtë punë, heqim dy diametra AB dhe CD perpendikullara njëra mbi tjatrën; pastaj bashkojmë anët e tyre A,C,B,D dhe dotë kemi katrorin që kërkojmë.

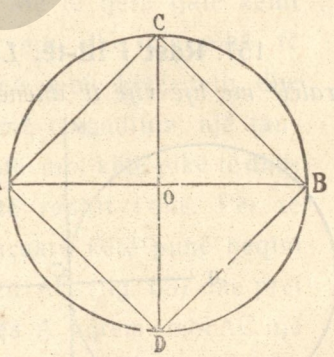


Fig. 66

162. **Shënim.** Për me ndëshkruarë një oktogon, pjesëtojmë arqet AC, CB, BD, DA (fig. 66) më dy pjesë të barabarta, dhe duke bashkuarë anët e këtyreve me vija të drejta dotë gjejmë oktogonin që kërkojmë.

Duke përsëritur punën që më sipër 2, 3, 4, 5...

herë dotë mundim të ndëshkruajmë poligone prej 16, 32, 64, 128 etj. brinjë.

163. **Rast' i II-të.** *Le të ndëshkruhetë një eksagon i regullëshmë ndë një qark të dhënë.*

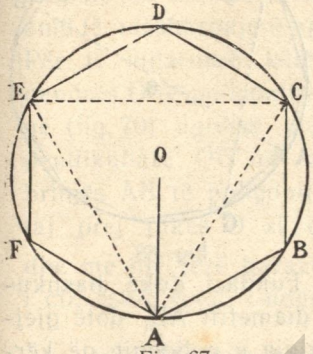


Fig. 67

Me të tjera fjalë, kemi redhin OA dhe duamë, në këtë reth, të ndëshkruajmë një eksagon të regullëshmë. Për të mbaruarë këtë punë marim me kompasnë rëzën OA të qarkut të dhënë, e cila është barabar me brinjën e eksagonit që duamë të ndeshkruajmë, dhe e vëmë 6 herë mbi redhin e qarkut t'onë; pastaj, duke bashkuarë pikat A, B, C, D, E, F dhe A (fig. 67) me vija dotë gjejmë eksagonin që kërkojmë.

164. **Shënim' i I-rë.** Për të ndëshkruarë një trikënd barabrinjës mjafton të bashkojmë kulmet e eksagonit dy nga dy, d. m. th. A me C; C me E, dhe E me A (fig. 67).

165. **Shënim' i II-të.** Për të ndëshkruarë një dodekagon pjesëtojmë cilën do prej arqet AB, BC, CD, DE, EF dhe FA (fig. 67) në dy pjesë të barabarta dhe pastaj, duke bashkuarë anët e tyre, dotë gjejmë dodekagonin që kërkojmë.

Duke përsëriturë këtë punë 2, 3, 4.... herë, dotë muhdim të ndëshkruajmë poligonë të-regullëshme prej 24. 48, 96... etj. brinjë.

166. **Rast' i III-të dhe i-Përgjithëshmë.** *Le të ndëshkruhetë një poligon i-regulltë, prej një numur brinjësh të dhëna, me një qark të dhënë.*

Me të tjera fjalë kemi një reth OA (fig. 68) dhe duamë të ndëshkruajmë në këtë një poligon të regulltë prej një numur të dhënë prej brinjësh, për tregim, prej 11 brinjësh. Për të mbaruarë këtë punë pjesëtojmë diametrin AB të qarkut të dhënë më 11 pjesë të barabarta; pastaj, nga anët e diametrit AB, si qendra, dhe me një rëzë barabar me AB, përshkruajmë arqe, të cilat dotë ndërpriten, për tregim në F. Fundazi, duke bashkuarë F me të dytën pjesë të diametrit AB, dotë gjejmë vijën AG e cila është brinja e poligonit, që kërkojmë të ndëshkruajmë.

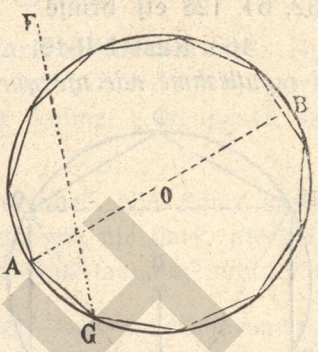


Fig. 68

167. **Të Rethshkruarit Të Poligonevet, Të Regullëshmë.** *Letë rethshkruhetë një poligon i regulltë më një qark të dhënë.*

Me të tjera fjalë, kemi qarkun AO (fig. 69) dhe duamë të rethshkruajmë një poligon të regulltë, për tregim, një eksagon. Për të mbaruarë këtë punë pjesëtojmë redhin e qarkut të dhënë më 6 pjesë të barabarta, pastaj, heqim rëzë në të gjitha pikat pjesëtore të redhit t'onë, dhe duke ngriturë perpendikullara në anë të ç'do reze kemi 6 tangjanta në redhin e qarkut t'onë, të cilat ndërpriten dy nga dy dhe kështu bëjnë poligonin që kërkojmë.

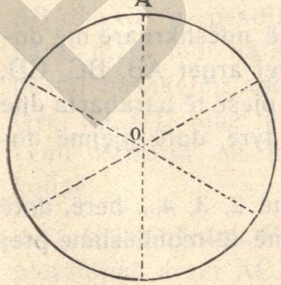


Fig. 69

168. **Përkundrazi.** *Le të ndëshkruhetë një rëth më një poligon të regulltë të dhënë.*

Me të tjera fjalë, kemi një poligon të regulltë, për tregim, një eksagon, dhe duamë të ndëshkruajmë një reth. Për të mbaruarë këtë, prej qendrës O të poligonit të dhënë (fig. 70) ngremë një perpendikullarë OG në mest të brinjës AB të poligonit; pastaj prej pikës O si qendrë

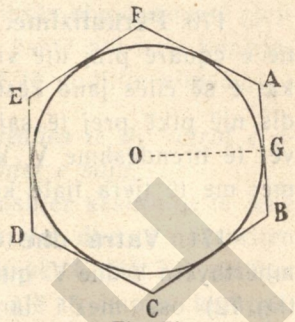


Fig. 70

dhe me një rëzë barazi me OF përshkruajmë një reth, i cili është redhi i-ndëshkruarë që kërkojmë.

169. **Të Rethshhruarit E Redhevet.** *Letë rethshkruhetë një reth më një poligon të regullëshmë të dhënë.*

Më të tjera fjalë kemi një poligon të regulltë, për tregim një eksagon, dhe duamë të rethshkruajmë, tek ky, një reth. Për të mbaruarë këtë punë, prej mezit të dy brinjëvet të njëmasnjëshme të paligonit të dhënë, për tregim prej CD dhe DE, ngremë nga një perpendikullarë, të cilat dotë ndërpriten më një pikë O; prej së cilës si qendrë dhe me një të hapur kompasi, që me O gjer më një prej kulmet e poligonit të dhënë, përshkruajmë një reth, i cili dotë shkonjë nëpër të tëra kulmet e këndevet të poligonit të dhënë (fig. 71); edhe, ky dotë jetë redhi i-rethshkruarë tek poligon' i dhënë.

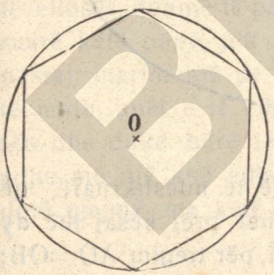


Fig. 71

X. Elipsa

170. **Përkufizime.** *Elipsa* është një përcipje plane e çquarë prej një vije të përkulltë të mbyllurë, pikat e së cilës janë kështu, që suma e largimevet midis një pikë prej të saj, për tregim M, dhe dy pikavet të brendëshme V, V′ (fig. 72) është e qendruashme; me të tjera fjalë kemi VM+MV′=VN+NV′ etj.

171. **Vatra dhe Qendra E Elipsës.** Pikat të mbërthyera V dhe V′ quhenë *vatrat e elipsës.* Pika AO (fig. 72) ose mez'i largimit midis V dhe V′ quhet

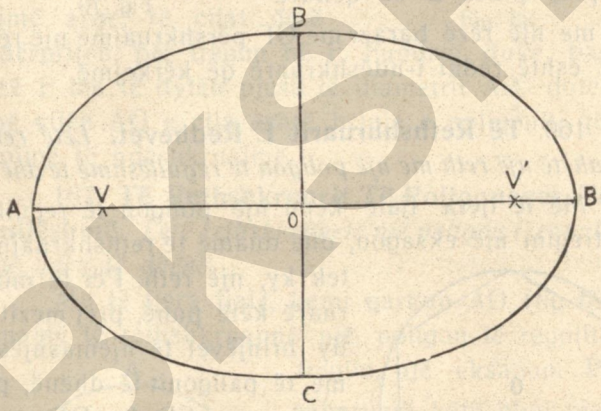


Fig. 72

qendra e elipsës, sepse ç'do vijë të ndëshkruarë, që shkon nëpër këtë pikë, pjesëtohet prej kësaj më dy pjesë të barabarta, d. m. th. kemi, për tregim AO=OB; CO=OD; EO=OG etj.

Këto vija janë diametrat e elipsës, nga të cilat AB, që shkon nëpër *vatrat* është m'i madhi; dhe, përandaj quhet edhe *boshtˈi math*; përkundrazi CD perpendikullar mbi AB është më i vogli; dhe, përandaj quhet *boshtˈ i vogël.* Anët e këtyrevet dy boshte, d. m. th. A, B, C, D qnhenë *kulmet e elipsës.*

172. **Të Goditurit E Elipsës.** Në të goditurit e elipsës çquajmë dy raste. Rast' i parë, është atë-here kur njohim të dy boshtet e elipsës dhe duamë të gjejmë vatrat e saja. Rast' i dytë është atë-here kur njohim të dy boshtet dhe duamë të goditim elipsën.

173. **Rast' i I-rë.** *Letë gjenden të dy vatrat e elipsës, dyke njohurë të dy boshtet e saja.*

Për këtë heqim të dy boshtet kështu që të jenë perpendikullare njëra mbi tjatrën dhe të ndërpriten në mest të tyre; pastaj, prej pikës C (fig. 72), një nga anët e boshtit vogël, dhe me një të hapur kompasi barazi me gjysmën e boshtit math ose me AB, përshkruajmë një ark rëdhi, i cili dot' e presë boshtin e math AB më dy pika V, V ; dhe, këto dy pika janë vatrat e elipsës, që kërkojmë.

174. **Rasht' i II-të.** *Letë goditet një elipsë duke njohurë të dy boshtet e saja.*

Me të tjera fjalë, duke pasurë boshtet *a* dhe *b* të elipsës, duamë të përshkruajmë elipsën. Për të mbaruarë këtë punë, pik së pari, gjejmë vatrat e elipsës; pastaj, marim një pe që të ketë gjatësinë të boshtit të math, anët e të cilit i vendosim në vatrat e elipsës dhe duke bërë të shkasë një pëndë anës perit, edhe më një anë edhe me tjatrën, të boshtit math, dotë gjejmë, me këtë mënyrë, elipsen që kërkojmë.

KRY' E PESTË

Të Maturit E Figuravet Gjeometrike Pllane

175. **Përkufizime.** Me matur një vijë të drejtë d. m. th. me kërku sa herë këjo pushton një tjatër vijë, e cila është marë si njësi masjeje,

Me matur një përcipje d. m. th. me kërku sa herë këjo pushton një tjatër përcipje, e cila është marë si njësi masjeje për përcipjet.

Për të matur gjatësitë, përdorim *metrin e gjatësisë*, sikundër edhe shumëzoret edhe nënë-shumëzoret e tija, në qoftë se është nevojë; po, për të maturit e përcipjevet përdorim *metrin katror*, me shumëzoret edhe nënë-shumëzoret e tija.

I. Të Maturit E Vijavet

176. **Të Maturit E Vijavet Të Drejta.** Për të matur një vijë të drejtë të dhënë AB, mjafton të vemë njësinë masjeje, d. m. th. *metrin e gjatësisë*, përmbi vijën AB (fig. 73)

Fig. 73

aqë herë sa të mundet, dhe përgjigja që dotë gjejmë dotë jetë masa e vijës së dhënë.

Kështu, për me matur vijën e drejtë AB (fig. 73) vemë gjatësinë e metrit mbi vijën AB aqë herë sa mundet. Letë thomi se metri hyri në AB, për tregim, 2 herë, dhe se mbeti edhe një pjesë BC m'e vogël se metri; pastaj vemë *decimetrin* përmbi këtë mbetje CB dhe letë thomi se hyri decimetri 8 herë pikërisht. Pra, gjatësia e vijës AB është $2^{m},8$.

177. **Të Maturit E Redhevet.** Gjatësia e një redhi quhetë gjatësia pikërishte e perit, që munt të rethonjë një herë redhin e dhënë. Po të masim gjatësinë të çvjellë të një redhi me diametrin e saj, dotë shohëm se ky nuku pushtohet *pikërisht* në gjatësinë të redhit tij; me të tjera fjalë gjatësia edhe diametri i një redhi janë dy sasije të *mosmasëshme* midis tyre.

Herësi ose *raporti* midis gjatësisë redhit edhe diametrit tij është—për ç'do reth—një numur *i-mos-masëshmë* po *i-qendruarshmë*, i cili shënohet radhazi me Π dhe, i cili vlen 3,141592.....

Me të tjera fjalë, duke shënuarë redhin me R, diametrin me D dhe rëzën me r kemi formullat:

$$(1)\quad \frac{R}{D}=\Pi$$

$$(2)\quad \frac{R}{2r}=\Pi$$

$$(3)\quad R=2\Pi r$$

$$(4)\quad r=\frac{R}{2\Pi}$$

Me ndihmën e këtyreve hy formulla të fundit (3, 4) mundim të gjejmë lehtazi gjatësinë e një redhi, duke njohurë diametrin ose vetëm rëzën e tij; dhe përkundrazi, munt të gjejmë rëzën, duke njohnrë gjatësinë të redhit.

178. **Tregim' i I-rë.** *Letë gjendet gjatësia e redhit, që ka rëzën barazi me 2*^{m}*. 50.*

Duke zbatuarë formullën (3), që më sipër kemi:

$$R=2\times 3{,}14\times 2{,}50=15,^{m}\ 708.$$

Gjatësia e redhit t'onë është pra, prej 15,^{m}708.

179. **Tregim' i II-të.** *Letë gjendet rëza e redhit, që ka një gjatësi prej 21,*^{m}*34.*

Duke zbatuarë formullën (4), që më sipër kemi:

$$r=\frac{R}{2\Pi}=\frac{21{,}34}{3{,}14\times 2}=3,^{m}396.$$

Pra, rëza e redhit prej 21,^{m} 34 është 3,^{m}396.

II. Të Maturit E Përcipjevet.

180. **Përcipja E Drejtkëndit.** *Përcipja e një*

drejtkëndi është barazi me shumëzorin midis themelit edhe naltësisë tij.

181. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një drejtkëndi, i cili ka një themeli prej 9,^{m}8 dhe një naltësi prej 5,^{m}34.*

Duke zbatuarë regullën, që dhamë më sipër kemi:

Përc. Dr. $=Th\times N=9,^{m}8\times 5,^{m}34$

$=52,^{mk}3320.$

182. **Përcipja E Katrorit.** *Përcipja e katrorit është barazi me fuqinë e dytë të brinjës tij.*

183. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e katrorit, që ka brinjën e tij prej 4,^{m}13.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

Përc. $K=a^{2}=4,13\times 4,13$

$=17,^{mk}0569.$

184. **Përcipja E Paralelogramit Dhe E Rombit.** *Përcipja e paralelogramit dhe e rombit është barazi me themelinë shumëzuarë me naltësinë.*

185. **Tregim' i I-rë.** *Letë gjendet përcipja e një paralelogrami, i cili ka themelin prej 7^{m} 25 dhe naltësinë prej 4,^{m} 35.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

Përc. Par. $=Th\times N=7,25\times 4,35$

$=31,^{mk}5375.$

186. **Tregim' i II-të.** *Le të gjendet përcipja e një rombi, i cili ka themelin prej 3,^{m}12 dhe naltësinë prej 2,^{m} 175.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi;

Përc. Romb$=Th\times N=3,12\times 2,175$

$=6,^{mk}7860.$

187. **Përcipja E Trikëndit.** *Përcipjpja e trikëndit është barazi me themelinë të shnmëzuarë me gjysmën e naltësisë tij.*

188. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një trikëndi, i cili ka themelinë pre 9,^{m}453 edhe naltësinë prej 4,^{m}365.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

$$\text{Përc. } Tr = Th \times \frac{N}{2} = 9,^{m}4535 \times \frac{4,365}{2}$$

$$\text{„ „} = \frac{41,^{mk}262346}{2} = 20,^{mk}631172.$$

189. **Përcipja E Trapezit.** *Përcipja e trapezit është barabar me naltësinë e tij, të shumëzuarë me gjysmën e sumës themelivet tij.*

190. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një trapezi, i cili ka një naltësi prej 3^{m}75; dhe themelitë e tij, njërën prej 7,^{m}15, dhe të dytën prej 6,^{m}25.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

$$\text{Përc. Trap.} = N \times \frac{Th \times th}{2} = 3,75 \times \frac{7,15 + 6,25}{2}$$

$$= 25,^{mk}1250.$$

191. **Përcipje E Poligonevct Të Regullëshmë.** *Përcipja e një poligoni të regulltë është barazi me perimetrin e tij, të shumëzuarë me gjysmën e apothemës tij.*

192. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një pentagoni të regulltë, i cili ka brinjën e tij prej 1^{m}96 dhe apothemën e tij prej 5,^{m}6.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

$$\text{Përc. Pent} = P \times \frac{A}{2} = 9,8 \times \frac{5,6}{2}$$

$$= 21,^{mk}44.$$

193 **Përcipje E Poligonevet Të Paregulltë.** Për

të gjetur përcipjen të një poligoni të çfarëdoshmë, pik-së-pari heqim diagonallën më të madhe të poligo-

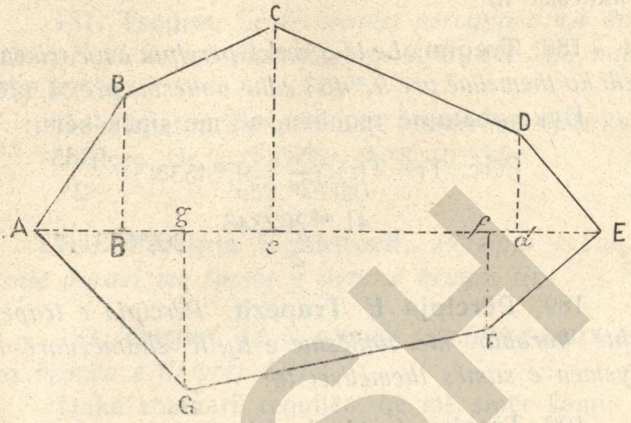


Fig. 74

nit të dhënë, dhe pastaj, përmbi këtë zbresim, nga të gjitha kulmet e tij, perpendikullarà; dhe me këtë mënyrë poligoni ndahet me trikënde dhe trapeze, përcipjet e të cilavet dijmë si t'i gjejmë, dhe të cilat duke i mbledhur dotë na japin përcipjen e poligonit të çfarëdoshmë të dhënë. (fig. 74).

194. **Përçipja E Qarkut.** *Përcipja e qarkut është barabar me gjatësinë e redhit tij, të shumëzuarë me gjysmën e rëzës tij.*

195. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një qarku, i cili ka një rëzë prej 3,*^{m}*75.*

Duke zbatuarë regullën që më sipër, kemi:

$$\text{Përc. Qark} = R \times \frac{r}{2} = 2\ r \times \frac{r}{2} = 3{,}14 \times 3{,}75 \times 3{,}75$$

$$\text{“} \quad \text{“} = $$

196. **Përcipja E Sektorit.** *Përcipja e një sektori është barazi me gjatësinë e arkut tij, të shumëzuarë me gjysmën e rëzës tij.*

197. **Tregim.** *Le të thomi se kemi për të gjetur përcipjen e një sektori, i cili ka një rëzë prcj 4^{m} dhe një ark prej 60 shkalllësh.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

$$\text{Përc. Sekt.} = \text{Ark} \times \frac{r}{2}$$

$$\text{„ „} = 4,^{m}1888 \times \frac{4}{2}$$

$$\text{„ „} = 8,^{mk}3776.$$

198. **Përcipja E Segmentit.** *Përcipja e një segmenti, gjenget duke zbriturë nga përcipja e sektorit, trikëndin që pushton ky.*

199. **Tregim.** Kështu, përcipja e sektorit, që më sipër, duke qënë prej 8,^{mk}3776 dhe e trikëndit isosçel prej 6,^{mk} 928 dotë kemi:

$$\text{Përc. Seq.} = 8,^{mk}3776 - 6^{mk}928 = 1,^{mk}3776$$

200. **Përcipja E Kurorës.** *Përcipja e kurorës gjendet, duke zbriturë nga përcipja e qarkut math, përcipjen e qarkut vogël.*

201. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një kurore e bërë prej dy redheve, nga të cilat, redhi i math ka një rëzë prej 2,^{m}60; redhi i vogël një rëzë prej 2.^{m}*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

$$\text{Përc. Kur.} = \text{Përc. Qark. Math, Përc. Qark vogël}$$

$$\text{„ „} = 21,^{mk}1264 - 12,^{mk}56$$

$$\text{„ „} = 8,^{mk}5664.$$

202. **Përcipja E Elipsës.** *Përcipja e Elipsës gjendet duke shumëzuarë gjysmën e boshtit math mc gjysmën e boshtit vogël, dhe shumëzorin, që gjejmë me* Π *ose 3,14.*

203. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një elipse e cila ka boshtin e math prej 2,^{m}35 dhe boshtin e vogël prej 1^{m}60.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

$$\text{Përc Elip.} = \frac{B}{2} \times \frac{b}{2} \times \Pi = \frac{2{,}35}{2} \times \frac{1{,}60}{2} \times 3{,}14$$

$$\text{„ „} = 1{,}175 \times 0{,}8 \times 3{,}14$$

$$\text{„ „} = 2,^{mk}9516.$$

BKSH

PJES' E DYTË
Gjeometria Vëllimtare

KRY' E PARË
I. Përkufizime

204. **Pllan** quhetë një përcipje, në të cilën duke marë dy pika dhe duke i bashkuarë me një vijë të drejtë, këjo vijë të jetë *e tëra* e pushtuarë në këtë përcipje.

Pllani nëmërohet si një përcipje e paanëshme; po, që të munt të përfytyrohet, u vendos të kufioset, duke i dhënë, radhazi, formën të një *paralelogrami.*

205. **Kënd Diedru** quhet hapësira e pushtuarë midis dy pllaneve, që takohen. Kështu një librë e hapurë bën një *kënd diedru.*

206. **Kënd Triedru** quhet hapësira e pushtuarë midis tripllaneve, të cilat ndërpriten dhe kanë një pikë të bashkëtë, e cila quhetë kulm' i triedrit.

207. **Të Klasifiguarit E Trupavet Gjeometrike.** Trupat gjeometrike ndahen më dy klasa: *poliedre* dhe *trupa të rumbullakta.* Poliedret, në radhën e tyre, ndahen në poliedre *të-regullta* edhe poliedre *të-paregullta.* Trupat e rumbullakta janë prej tri farësh; *çilindrike, konike* edhe *sferike,*

A. Poliedre
1. Poliedre Të Regulltë

208. **Përkufizime.** Poliedru quhetë një figurë e

kufizuarë, më të gjitha anët, prej pllanesh, të cilat ndërpriten dy nga dy.

209. **Poliedru I-Regullẗë** quhetë një poliedru, që ka të gjitha faqet e tija poligone të regullta dhe të barabarta midis tyre.

210. **Numur' i Poliedrevet të Regullta.** Poliedret e regulltë janë pesë: tri të bëra prej trikëndesh barabrinjëse; njëri prej katrorësh, dhe njëri prej pentagonesh. Këto pesë poliedre janë:

211. **Tetraedri,** ka përcipjen e tij të bërë prej katër trikëndesh barabrinjëse të barabarta.

212. **Eksaedri ose Kubi,** ka përcipjen e tij të bërë prej gjashtë katrorësh të barabartë.

213. **Oktoedri,** ka përcipjen e tij të bërë prej tetë trikëndesh barabrinjëse të barabarta.

214. **Dodekaedri,** ka përcipjen e tij të bërë prej dy-mbë-dhjetë pentagonesh të regulltë dhe të barabartë.

215. **Ikosaedri,** ka përcipjen e tij të bërë prej një-zet trikëndesh barabrinjëse të barabartë.

II. Poliedre Të Paregulltë

216. **Përkufizim.** Poliedru quhetë i-paregulltë atë-here kur faqet e tija nuku janë as poligone të regullta as të barabarta midis tyre. Midis poliedrevet të-paregullta çquajmë: *prismën*, *paralelipipedin* edhe *piramidën.*

217. **Prisma** është një trup i kufizuarë prej dy

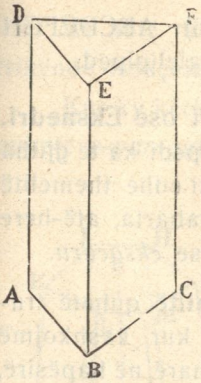


Fig. 75

themelive, të cilat janë dy poligone të paraleleshme dhe të barabarta, dhe prej faqevet saja të anëshme të cilat janë ose drejtkëndе ose paralelograme.

Kështu, ABCDEF (fig. 75) është një prismë e Poligonet të paralelëshme dhe të barabarta ABC dhe DEF quhenë *themelitë* e prismës; perpendikullara, që bashkon të dy themelitë e prismës quhetë naltësia e saj. Suma e faqevet ABED, BCFE dhe ACFD quhetë përcipja e anëshme e prismës.

218. *Prismë E Trikëndëshme, Katërkëndëshme, Pentagonallë e tij.* Një prismë quhet *e trikëndëshme*, atë-here kur themelitë e saja janë dy trikënde; quhetë e katërtëudeshme, atë-here kur themeiitë e saja janë dy tetragone; quhetë *pentagonallë*, atë-here kur themelitë e saja janë dy pentagone.

219. **Prismë e Drejtë, Prismë Oblike.** Prisma quhetë *e drejtë*, atë-here kur vijat ku bashkohen faqet e anëshme të prismës, janë perpendikullara përmbi themelitë e saja. Në këtë rast faqet e anëshme të prismës ABED, BCFE dhe ACFD (fig. 75) janë drejtkëndе; dhe ç'do vijë që bashkon dy prej faqet e saj të anëshme është barazi me naltësinë e prismës.

Kur ky kërkim nuku mbushetë, atë-here prisma quhetë *oblike*; dhe faqet e saja të anëshme janë ca paralelograme; dhe vija, ku bashkonen dy prej faqet e saja të anëshmë, është m'e vogël se naltësia e prismës.

220. **Paralelipipedi.** Kur prisma ka si themeli dy paralelograme, atë-here quhetë *paralelipiped*. Kë-

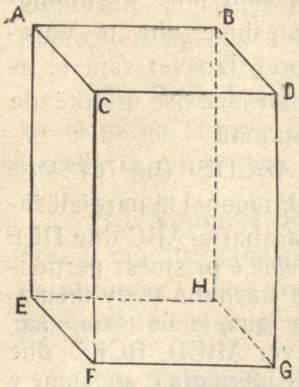


Fig. 76

shtu, (fig. 76) ABCDEFGH është një paralelipiped.

221. **Kubi ose Eksaedri.** Kur paralelipipedi ka të gjitha faqet e saja si edhe themelitë katrore të barabarta, atë-here quhetë *kub* ose *eksaedru.*

222. **Piramidë** quhetë trupi që lindetë kur kashkojmë një pikë, të marë në hapësirë, me të gjitha kulmet e një poligoni vije drejtë të dhënë. Kështu, ABCDEFO (fig. 77) është një piramidë. Pika O quhetë kulm' i piramidës; dhe poligoni ABCDEF quhetë themeli i saj. Perpendikullara OG, zbriturë prej kulmit piramidës në pllan të themelisë, quhetë naltësia e piramidës; dhe suma e trikëndevet AOB, BOC, COD, DOE, EOF, FOA quhetë përcipja e anëshme e plramidës.

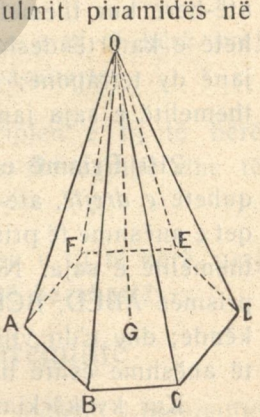


Fig. 77

223. **Piramidë E Trikëndëshme, Tetragonale, Pentagonale.** Kur piramida ka si themeli një trikënd, atë-here, quhetë *e-trikëndëshme*; kur ka si themeli një tetragon, atë-here quhetë *tetragonale*, kur ka si themeli një pentagon, atë-here, quhetë *pentagonale* etj.

224. **Piramidë E Regulltë.** Një piramidë quhetë e regulltë, atë-here kur themilia e saj është një poligon *i regulltë*, dhe naltësia, d. m. th. perpendikullara zbriturë prej kulmit saj, bie në qendrë të theme-

lisë. Me këtë rast faqet e anëshme të piramidës, janë trikënde isosçele të barabarta.

Kur ky kërkim nuku mbushetë, atë-here piramida quhetë *e-paregullë.*

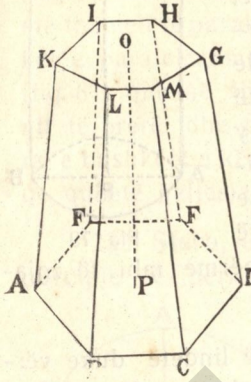


Fig. 78

225. **Piramida E-Prerë me Themeli të-Paralelëshme** quhet trupi, që mbetetë kur presim piramidën me një pllan të paralelëshmë me themelinë. Kështu, ABCDEFGHIKLM (fig. 78) është një piramidë e prerë. Poligonet ABCDEF dhe GHIKLM janë themelitë të piranmidës së prerë; dhe perpendikullara e bashkëtë e themelivet, OP është naltësia e saj. Faqet të anëshme të piramidës së prerë janë gjithënjë ca trapeze.

B. Trupat E Rumbullakta.

226. **Përkufizim.** Trup i-rumbullaktë quhetë një trup, që është i-kufizuarë, me një anë ose me tërë anët e tij, prej përcipjesh të përkullta. Trupat e rumbullakta, për të cilat dotë bëjmë fjalë këtu janë tri: *çilindri, koni* dhe sfera.

227. **Çilindri** është një trup, që lindetë duke vërtiturë një drejtkënd reth-ë-rotull një prej brinjëvet të tij.

Kështu, ABCD (fig. 79) është një çilindrë. Themelitë të çilindrit janë dy qarqe të paralelëshme dhe të barabarta, dhe përcipja e tij e anëshme është e përkulltë. Perpendikullara DB, e bashkëtë për të dy

themelitë, quhetë *naltësia* e çilindrit, vija OP, e cila bashkon qendrat e themelivet, quhet *bosht'i* çilindrit.

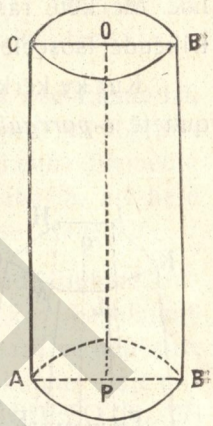


Fig. 79

228. **Çilindri i Drejtë, Çilindri Oblik.** Çilindri quhetë i *arejtë*, atë-here kur bosht'i tij është perpendikullar mbi themelitë e tij. Me këtë rast naltësia e çilindrit është barabar me boshtin e tij. Kur ky kërkim nuku mbushet, atë-here çilindri quhetë *Oblik*,dhe naltësia e tij është perpendikullara zbriturë prej një pikë të themelisë së sipërme mbi të zgjaturën e themelisë së poshtme.

229. **Koni** është një trup, që lindetë duke vërtiturë një trikënd drejtkëndës reth-e-rotull një prej katevet të tij.

Kështu, ABC (fig. 80) është një kon. Themelia e konit është një qark. Pika A (fig. 80) quhetë *kulm'i* konit; dhe perpendikullara zbriturë prej kësaj pikë mbi themelinë, quhetë *naltësia* e tij.

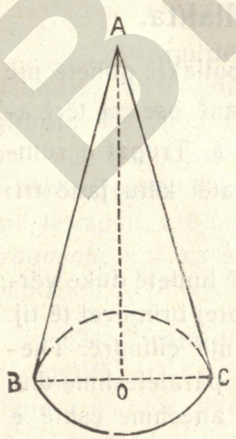


Fig. 80

230. **Kon i Drejtë, Kon Oblik.** Koni quhetë *i-drejtë*, atë-here kur naltësia e tij, e cila quhetë edhe *bosht*, bie në qendrë të themelisë konit. Kur ky kërkim nuku mbushëtë koni quhetë *oblik*.

231. **Kon i Prerë me Themeli të Paralelëshmë** quhetë trupi, që mbetetë, kur presim konë me një plan të paralelëshmë me themelinë. Kështu, ABCD (fig. 81) është një kon i prerë me themeli të paralelëshmë. Qarket e paralelëshme AO dhe DP (fig. 81) quhenë themelitë e konit të prerë; dhe perpendikullara e bashkëtë e këtyreve dy qarqe quhetë naltësia e tij.

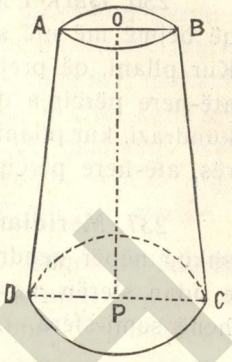


Fig. 81

232. **Sfera,** është një trup i kufizuarë prej një përcipje të përkulltë, pikat e së cilës janë barazi të larguarë prej një pike *të brëndëshme* e cila quhetë *qendrë.* Sfera lindetë nga të vërtiturit e një semi-rehhi, rethe-rotul diametrit tij. Kështu, OC (fig. 82) është një sferë.

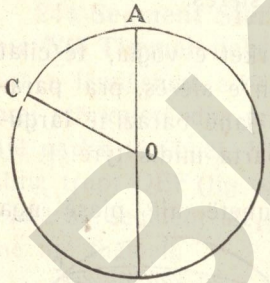


Fig. 82

233. **Rëzë** quhetë ç'do vijë e drejtë, që bashkon qendrën e sferës me një prej pikat e përcipjes saj. Kështu, OC (fig. 82) është një *rëzë.*

234. **Diametri ose Bosht** quhet ç'do vijë e drejtë, që bashkon dy prej pikat e përcipjes sferës, duke shkuarë nëpër qendrë të saj. Kështu, AB, (fig. 82) është një *diametr* ose një *bosht.* Anët e këtij boshti quhenë *pollë.*

235. **Pllan Tangjent në Sferë.** Një pllan është tangjent më një sferë të dhënë, atë-here kur ky e takon sferën vetëm më një pikë.

236. **Qark i Math, Qark i Vogël.** Ç'do e prerë, që bëjmë më një sferë me një pllan, është një qark. Kur pllani, që pret sferën shkon nëpër qendrë të saj, atë-here përcipja që del është një *qark i-math*; përkundrazi. kur pllani nuku shkon nëpër qendrë të sferës, atë-here përcipja që del quhetë një *qark i vogël.*

237. **Meridian** quhetë ç'do qark i math, i cili shkon nëpër qendrë edhe nëpër pollet e sferës,—dhe e ndan sferën me dy pjesë të barabarta, të cilat quhenë semi-sfera.

238. **Ekuator** quhetë një qark i math, i cili shkon nëpër qendrë të sferës edhe e cila është perpendikullarë në bosht të kësaj. Ekuatori është pra barazi i larguarë prej të dy pollevet, të sferës.

239. **Paralele** quhenë qarket e vogla, të cilat janë perpndikullara mbi boshtin e sferës, pra paralele me ekuatorin. Paralelet, që janë barazi të larguara prej pollevet, janë të barabarta midis tyre.

240. **Bres** ose Zonë quhetë një pjesë nga përcipja e sferës, pushtuarë midis dy paraleleve. Kështu përcipja e perkulltë AEGC (fig 83) është një *zonë* ose një *bres.*

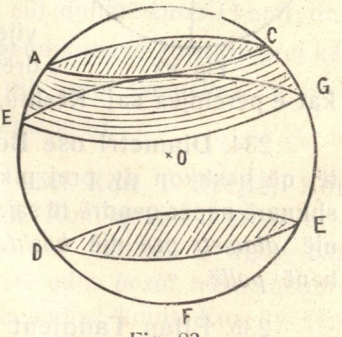


Fig. 83

241. **Kalotë** quhetë një pjesë prej përcipjes sferës, e kufizuarë prej një qarku të vogël. Kështu, DEF (fig. 83) është një kalotë.

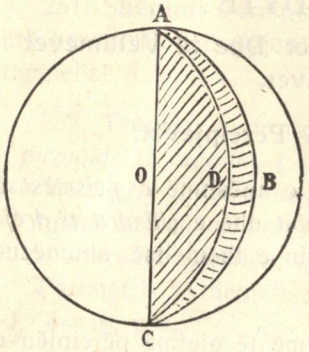


Fig. 84

242. **Felë Sferike** quhetë një pjesë prej përcipjes sferës, pushtuarë midis dy semi-redhe prej qarkesh të mëdha, të cilat kanë një diametr të bashkëtë. Kështu, përcipja ABCD (fig. 84) është një felë sferike.

243. **Segment Sferik me Dy Themeli** quhetë ana e lëndëshme e pushtuarë midis dy paraleleve dhe zonën e këtyreve. Kështu trupi AEGC (fig. 83) është një segment sferik me dy themeli.

244. **Segment Sferik me Një Themeli** quhetë ana e lëndëshme, e bërë prej një kalotë dhe prej një qarku të vogël. Kështu, trupi DEF (fig. 83) është një segment sferik me një themeli.

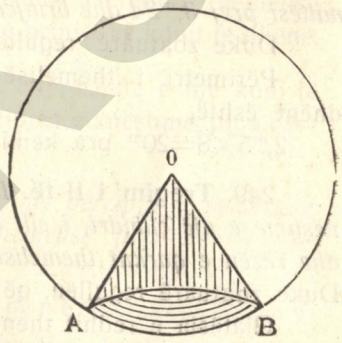


Fig. 85

245. **Sektor Sferik** quhetë trupi çilindrik, që ka si themel një kalotë sferike dhe si kulm qendrën e sferës. Kështu, trupi AOB (fig. 85) është një *Sektor Sferik.*

KRY' E DYTË

Të Maturit E Përcipjevet Dhe të Vëllimevet Trupavet.

I. Të Maturit E Përcipjevet.

246. **Regullë.** Përcipja e anëshmë *e prismës së drejtë, e paralelipepedit e kubit* dhe e *çilindrit të drejtë* është barazi me perimetrin e themelisë shumëzuarë me naltësinë.

247. **Shënim.** Kur duamë të gjejmë përcipjën e tërëshme të një prej këtyre trupave shtojmë në përcipjen e anëshme përcipjet të themelivet.

248. **Tregim' i I-rë.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një prisme të drejtë oktogonale, e cila ka një naltësi prej 3,^{m}24 dhe brinjën e themelisë saj prej 2^{m}5.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

Përimetri i themelisë prismës oktogonale të dhënë është.

2,^{m}5×8=20^{m} pra kemi: 20×3, 24=64,^{mk}80.

249. **Tregim' i II-të.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një çilindri, i cili ka një naltësi prej 4,^{m}25 dhe rëzën e qarkut themelisë tij prej 0,^{m}32*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi radhazi:

Gjatësia e redhit themelisë duke qënë 2 r ose

2×3,13×0,32=2,0096

pra, përcipja e çiliudrit t'onë=2,0096×4,25=8,^{mk}5407.

250. **Regullë.** Përcipja e anëshme *e një piramide të regulltë* është barazi me perimetrin të themelisë shumëzuarë me gjysmën të perpendikullarës zbriturë prej kulmit saj mbi një nga brinjët e themelisë, e cila quhetë dhe apotema e piramidës.

251. **Shënim.** Përcipja e tërëshme e një piramide është barazi me përcipjen e anëshme plus përcipjen e themelisë.

252. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një piramide të regulltë, e cila ka si themel një katror me brinjën prej 2,^{m}50; dhe perpendikullarën, të zbriturë prej kulmit saj me një prej brinjët e themelisë, prej 25.^{m}*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi radhazi:

Perimetri i themelisë piramidës dhënë është 2,50×4=10, pra,

Përc. e piramidës t'onë=$10\times\frac{25}{2}=125^{mk}$

Dhe përc. e tërëshme=125+6,25=131^{mk}25.

253. **Regullë.** Përcipja e anëshme e një *koni të drejtë* është barazi me gjatësinë të redhit themelisë tij shumëzuarë me gjysmën e brinjës të konit të dhënë.

254. **Shënim.** Përcipja e tërëshme e një koni të drejtë është barazi me përcipjen e anëshme plus përcipjen e themelisë tij.

255. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një koni, i cili ka rëzën e themelisë prej 0,^{m}45 dhe naltësinë e tij prej 2,^{m}18.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi radhazi:

Gjatësia e redhit themelisë konit t'onë=2Πr 2×3,14×0,45=2,826, pra, Përc. e konit

$=2{,}826\times\frac{2{,}18}{2}=3,^{mk}080340.$

256. **Regullë.** Përcipja e një *piramide të prerë të regulltë*, është barabar me gjysmën e sumës perimetrevet themelivet shumëzuarë me naltësinë e një prej faqevet të saj.

257. **Shënim.** Përcipja e tërëshme e një piramide të prerë të regulltë është barabar me përcipjen e anëshme plus përcipjet e themelivet.

258. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një piramide të prerë të regulltë, e cila ka një naltësi prej 6*^{m}*; dhe themelinë e vogël një eksagon me brinjën prej 2*^{m}*; themelinë e madhe një eksagon me brinjën prej 3.*^{m}

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi radhazi:

Përc. e piram. së prerë $=\frac{P+p}{2}\times N=\frac{12+18}{2}\times 6=90^{mk}$

259. **Regullë.** Përcipja e anëshme e një *koni të prerë*, është barabar me gjysmën e sumës redhevet të themelivet shumëzuarë me brinjën e tij.

260. **Shënim.** Përcipja e tërëshme e një *koni të prerë* është barabar me përcipjen e anëshme plus përcipjet e themelivet tij.

261. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e anëshme e një koni të prerë, i cili ka brinjën e tij prej 3*^{m} *dhe rëzat e redhevet themelivet, njërën prej 7*^{m} *dhe tjatrën prej 6.*^{m}

Duke zbatuarë regullën, që më sipër kemi:

Përc. e konit të prerë $=\frac{Q+q}{2}=\frac{2\,\Pi r+2\,\Pi r'}{2}\times b$

" " " " " $=\frac{2\times 3{,}14\times 7+2\times 3{,}14\times 6}{2}\times 3$

" " " " " $=121{,}^{mk}86$

262. **Regullë.** Përcipja e anëshme e një poliedru të regulltë është barabar me përcipjen e një prej faqevet tij shumëzuarë me numurin e faqevet poliedrit të regulltë.

263. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një dode-*

kaedri, i cili ka vijat ku bashkohen faqet e tij prej 1,^{m} *50 dhe apotemën e pentagonevet prej 0,*^{m}*76.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

$$\text{Përc. e një pentagoni} = P \times \frac{A}{2}$$

$$= 1{,}50 \times 0{,}38 = 2{,}^{mk}85$$

pra, përc. e tërëshme e dodek.$=2{,}85 \times 12 = 34{,}^{mk}20$

264. **Regullë.** Përcipja e një *sfere* është barabar me diametrin e saj shumëzuarë me gjatësinë të një-redhi të math.

265. **Tregim.** *Le të gjendet përcipja e një sfere e cila ka një rëzë prej 3,*^{m} *58.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

Përc. e sferës$=D \times 2$ lr

" " " $=7 \times 2 \times 3{,}14 \times 3{,}50$

" " " $=153^{m}86$

II Të Maturit E Vëllimevet.

266. **Regullë.** Vëllim i një *prismë të çfarëdoshme*, i një *kubi*, i *paralelipipedit* të drejtë ose oblik dhe i çilindrit të drejtë ose oblik është barabar me përcipjen e themelisë shumëzuarë me naltësinë.

26*7*. **Tregim.** *Le të gjendet vëllim i një paralelipipedi, i cili ka masat e themelisë prej 1,*^{m}*50 dhe 0,*^{m} *75; dhe naltësinë prej 0,*^{m}*85.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

Përc. e Paral. $=1{,}50 \times 0{,}75 = 1{,}^{mk}1250$

pra. vëll. Paral. t'onë$=1{,}1250 \times 0{,}85 = 0^{m},956250.$

26*8*. **Regullë.** Vëllimi i *një piramide të çfarëdoshmë*, dhe e një *koni të drejtë* ose *oblik* është barabar me të tretën pjesë të themelisë shumëzuarë me naltësinë.

269. **Tregim.** *Le të gjendet vëllimi i një piramide të regullẗë, e cila ka një naltësi prej 15^{m}; dhe si themeli një katror me brinjën prej 22.^{m}*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

Përc. e themelisë$=22\times22=484^{mk}$

pra, Vëll. i piramidës t'onë$=\frac{1}{3}\times484\times15=2420^{mk}$

270. Vëllimi i një *piramide të prerë*, ose i një *koni të prerë*, është barabar me të tretën pjesë të naltësisë shumëzuarë me themelinë e madhe, plus themelinë e vogël, plus të mesmen të përpjesëshme midis këtyreve dy themelivet.

271. **Tregim.** *Le të gjendet vëllimi i një piramide të prerë, me themeli të paralelëshmë, e cila ka një naltësi prej 2^{m}; themelinë e madhe një katror me brinjën prej 16^{m}, dhe themelinë e vogël një katror, me brinjën prej 15.^{m}*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi radhazi:

Përc. e themelisë madhe$=16\times16=256^{mk}$

„ „ „ vogël$=15\times15=225^{mk}$

E mesmja e përpjesëhme e këtyrevet:

$\sqrt{256\times225}=\sqrt{57600}=240^{mk}$

pra, vëllimi i pir. së prerë$=\frac{1}{3}\times2(256+225+240)$

$=\frac{2}{3}\times721=480^{m.v}666...$

272. **Regullë.** Vëllim i një *poliedru të regullẗë* është barabar me përcipjen e tij të tërëshme shumëzuarë me të tretën pjesë të apothemës poliedrit, me të tjera fjalë, me të tretën pjesë të përpendikullarës zbriturë prej qendrës poliedrit, më një prej faqet e tija.

273. **Tregim.** *Le të gjendet vëllimi një dodekaedri, i cili ka përcipjen prej 34^{mk}20 dhe apodhemën prëj 2,^{m}52.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

Vëll. Dodek.$=P\times\frac{A}{3}=34{,}20\times\frac{2{,}52}{3}$

„ „ $=28^{mv}728.$

274. **Regullë.** *Vëllim i një sfere është barabar me* përcipjen e saj shumëzuarë me të tretën pjesë të rëzës.

275. **Tregim.** *Lc të gjendet vëllim i një sfere, e cila ka rëzën e saj prej 3,*^{m}*50.*

Duke zbatuarë regullën, që më sipër, kemi:

Vëll. i sferës$=D\times 2\ Ir\times\frac{r}{3}$

$=7\times 2\times 3{,}14\times 3{,}50\times\frac{3{,}50}{3}$

$=153{,}86\times 1{,}16=178,^{mv}478.$

FUNT

BKSH

BKSH

BKSH

BKSH

BKSH

Kushton 3 grosh

BKH